

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RENAN KOVALCZUK PORTELINHA

FLUXO DE POTÊNCIA DESACOPLADO RÁPIDO TRIFÁSICO PARA REDES DE
DISTRIBUIÇÃO

CURITIBA

2016

RENAN KOVALCZUK PORTELINHA

**FLUXO DE POTÊNCIA DESACOPLADO RÁPIDO TRIFÁSICO PARA REDES DE
DISTRIBUIÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Odilon Luis Tortelli

CURITIBA

2016

Portelinha, Renan Kovalczuk

Fluxo de potência desacoplado rápido trifásico para redes de
distribuição / Renan Kovalczuk. – Curitiba, 2016.

138 f. : il.; tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor
de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Odilon Luis Tortelli

Bibliografia: p.119-121

1. Fluxo de potência trifásico. 2. Newton-Raphson - Método.
3. Redes de elétricas. I. Tortelli, Odilon Luis. II. Título.

CDD 621.3192

TERMO DE APROVAÇÃO

Renan Kovalczuk Portelinha

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido Trifásico para Redes de Distribuição

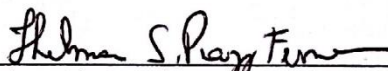
Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.



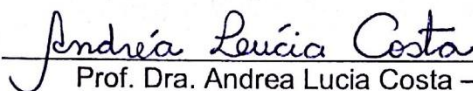
Prof. Dr. Odilon Luís Tortelli – Orientador
Universidade Federal do Paraná



Prof. Dr. Gideon Villar Leandro – Convidado
Universidade Federal do Paraná



Prof. Dra. Thelma Fernandes – Convidada
Universidade Federal do Paraná



Prof. Dra. Andrea Lucia Costa – Convidada
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Curitiba, 26 de Fevereiro de 2016

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador profº Odilon Luis Tortelli pelo incentivo, confiança e dedicação. Agradeço pela paciência nos momentos de dificuldade e por sempre ter me motivado a continuar em frente.

À minha família e amigos por sempre me incentivarem a concluir este trabalho, por todo apoio emocional e por terem tornado esta caminhada mais agradável.

Aos meus amigos da pós-graduação Alexandre, Ellen, Kamile, Matheus e Rodrigo, por sempre tornarem o trabalho mais leve, divertido e, principalmente, por todo o apoio, sugestões e contribuição que deram a este trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pelo conhecimento repassado e pela contribuição dada a este trabalho.

A CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – pelo auxílio financeiro.

*“A fantasia abandonada da razão
produz monstros impossíveis; unida a ela, é
mãe das artes, origem das maravilhas.”*

Francisco Goya

PORTELINHA, R. K. **Fluxo de Potência Desacoplado Rápido Trifásico Para Redes de Distribuição**. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

RESUMO

Este trabalho propõe a aplicação da normalização complexa ao método desacoplado rápido trifásico para solução do fluxo de potência em sistemas de distribuição. O objetivo principal do trabalho é estender a eficiência já conhecida do método desacoplado rápido, quando aplicado em sistemas de transmissão, para a análise de sistemas de distribuição. Para tanto, neste trabalho apresenta-se inicialmente a formulação convencional do fluxo de potência, assim como a sua solução pelo método desacoplado rápido monofásico. Em seguida são apresentadas as diferenças entre a normalização por unidade convencional e a normalização por unidade complexa. Esta, ao contrário da outra, se utiliza de uma base de potência com valor complexo e, através deste, é capaz de ajustar virtualmente a relação entre resistência (R) e reatância (X) das linhas do sistema de distribuição, permitindo assim a aplicação do método desacoplado rápido para solução do fluxo de potência em sistemas com elevadas relações R/X . Depois é apresentada a formulação trifásica do fluxo de potência e a sua solução pelo método desacoplado rápido unido à normalização complexa. Os resultados obtidos indicam que a união entre estas duas ferramentas é uma metodologia promissora, visto que foi capaz de solucionar o problema trifásico em redes radiais, malhadas e com assimetrias, tanto de cargas quanto de topologia de rede. Através de correta aplicação da normalização complexa o método desacoplado rápido foi capaz de encontrar convergência em sistemas com elevadas relações R/X das linhas, chegando a patamares próximos àqueles que seriam obtidos com o método de Newton-Raphson tradicional para a solução do fluxo de potência. Também é apresentada a formulação na união do fluxo de potência entre rede de transmissão monofásica e rede de distribuição trifásica.

Palavras-chave: Fluxo de potência trifásico. Método desacoplado rápido. Normalização Complexa. Redes de distribuição.

PORTELINHA, R. K. **Three-Phase Fast-Decoupled Power Flow for Distribution Systems**. 138 pp. Dissertation (Master's in Electrical Engineering) – Department of Electrical Engineering, Federal University of Paraná, Curitiba, 2016.

ABSTRACT

This work proposes the application of complex normalization to the three-phase fast-decoupled power flow in distribution systems. The main objective of this work is to extend the well-known efficiency of the fast-decoupled power flow, when applied to transmission systems, to the distribution systems analysis. Therefore, it is initially presented the conventional power flow problem formulation, as well as its solution with the monophasic fast-decoupled method. Later on, the differences between the regular *per unit* normalization and the complex normalization are exposed. The later one uses a complex power base instead of the real value power base of the regular normalization, and, due to this complex power base, the complex normalization is able to virtually adjust the resistance over reactance relation of distribution systems lines; furthermore allowing the application of the fast-decoupled method in distribution systems. After that, it is presented the three-phase power flow formulation and its solution through the fast-decoupled method united with the complex normalization. The obtained results indicate that this union between these tools is a promising methodology, seen that it was able to solve the three-phase power flow in systems with radial, meshed and asymmetric topologies, including asymmetries in the loads and in the lines. With the correct application of the complex normalization, the fast-decoupled method was able to find the power flow solution in systems with high R/X relations in its lines, using almost the same amount of iterations that Newton-Raphson's method would use for the power flow solution. It is also presented the formulation of the united monophasic transmission power flow to the three-phase distribution power flow.

Key words: Three phase power flow. Fast-decoupled method. Complex normalization. Distribution networks.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - REDE RADIAL, O FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA É DA FONTE PARA AS CARGAS (UNIDIRECIONAL).	17
FIGURA 2 - REDE MALHADA, O FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA CIRCULA PELO SISTEMA (BIDIRECIONAL).	17
FIGURA 3 - FLUXOGRAMA MÉTODO DESACOPLADO.	31
FIGURA 4 - EXEMPLO DE NUMERAÇÃO.	36
FIGURA 5 – EFEITO DA NORMALIZAÇÃO COMPLEXA.	44
FIGURA 6 - REPRESENTAÇÃO DO MODELO π	47
FIGURA 7 - EXEMPLO DE INDEXAÇÃO DO SISTEMA.	54
FIGURA 8 - PONTO DE QUEBRA TRIFÁSICO.	57
FIGURA 9 - MODELO DE LINHA POR SEQUÊNCIA SIMÉTRICA.	59
FIGURA 10 – CORRENTES DE COMPENSAÇÃO DO DESACOPLAMENTO ENTRE LINHAS ASSIMÉTRICAS.	61
FIGURA 11 - MODELO DESACOPLADO DAS LINHAS.	69
FIGURA 12 - SEPARAÇÃO SISTEMA PRINCIPAL E LATERAL ASSIMÉTRICA. ...	74
FIGURA 13 - LATERAIS ASSIMÉTRICAS.	79
FIGURA 14 - FLUXOGRAMA DO MÉTODO PROPOSTO.	83
FIGURA 15 - T&D COM TOPOLOGIA RADIAL ENTRE ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO.	88
FIGURA 16 - T&D COM TOPOLOGIA FRACAMENTE MALHADA ENTRE ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO.	88
FIGURA 17 - POTÊNCIAS DE COMPENSAÇÃO NAS BARRAS DE FRONTEIRA.	89
FIGURA 18 - SISTEMA-TESTE DE 12 BARRAS.	96
FIGURA 19 - SISTEMA-TESTE DE 69 BARRAS.	96
FIGURA 20 - SISTEMA TESTE DE TRANSMISSÃO DE 14 BARRAS DO IEEE.	97
FIGURA 21 – SISTEMA-TESTE 20 BARRAS.	98
FIGURA 22 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO BX, CASO A.	99
FIGURA 23 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO XB, CASO A.	99

FIGURA 24 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, VERSÃO BX, CASO A.....	100
FIGURA 25 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, VERSÃO XB, CASO A.....	101
FIGURA 26 - LINHAS ADICIONADAS AO SISTEMA 12 BARRAS.....	102
FIGURA 27 - LINHAS ADICIONADAS AO SISTEMA 69 BARRAS.....	102
FIGURA 28 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO BX.....	103
FIGURA 29 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO XB.....	103
FIGURA 30 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO BX.....	104
FIGURA 31 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO XB.....	104
FIGURA 32 - SISTEMA 12 BARRAS MALHADO COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA.	105
FIGURA 33 - SISTEMA 69 BARRAS MALHADO COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA.	106
FIGURA 34 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO BX.	107
FIGURA 35 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO XB.	107
FIGURA 36 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO BX.	108
FIGURA 37 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO XB.	108
FIGURA 38 – SISTEMA 12 BARRAS ASSIMÉTRICO, AS LINHAS EM VERMELHO SÃO MONOFÁSICAS, AS EM AZUL BIFÁSICAS.....	109
FIGURA 39 - SISTEMA 69 BARRAS ASSIMÉTRICO, AS LINHAS EM VERMELHO SÃO MONOFÁSICAS, AS EM AZUL BIFÁSICAS.....	109
FIGURA 40 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA- ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO BX.	110

FIGURA 41 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO XB.	110
FIGURA 42 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO BX.	111
FIGURA 43 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO XB.	111
FIGURA 44 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA T&D, CASO A, VERSÕES BX E XB.....	113
FIGURA 45 - PERFIL DE TENSÃO DA TRANSMISSÃO COM ALIMENTADOR DA DISTRIBUIÇÃO DESBALANCEADO.	115
FIGURA 46 - PERFIL DE TENSÃO DO ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO COM CARGA DESBALANCEADA.	115

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - SUBMATRIZES CARACTERÍSTICAS DOS TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS MAIS USUAIS.....	48
TABELA 2 - VALORES DAS SUBMATRIZES.....	77
TABELA 3 - RESULTADOS DO SISTEMA T&D COM OPERAÇÃO RADIAL, CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	113
TABELA I.A - DADOS DE BARRA DO SISTEMA 12 BARRAS (FASES A, B E C).122	
TABELA I.B - DADOS DE LINHA DO SISTEMA 12 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).....	122
TABELA I.C - DADOS DE BARRA DO SISTEMA DE 69 BARRAS (FASES A, B E C).	123
TABELA I.D - DADOS DE LINHA DO SISTEMA DE 69 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).....	124
TABELA I.E- DADOS DE BARRA DO SISTEMA 20 BARRAS.	125
TABELA I.F - DADOS DE LINHA DO SISTEMA 20 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).....	125
TABELA I.G - DADOS DE BARRA DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO 14 BARRAS.	126
TABELA I.H - DADOS DE LINHA DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO 14 BARRAS.	126
TABELA II.A - RESULTADOS DO SISTEMA 12 BARRAS CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	127
TABELA II.B - RESULTADOS DO SISTEMA 69 BARRAS CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	128
TABELA II.C - RESULTADOS DO SISTEMA 12 BARRAS CASO B (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	129
TABELA II.D - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO B (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	130
TABELA II.E - RESULTADOS SISTEMA 12 BARRAS CASO C (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	131

TABELA II.F - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO C (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	132
TABELA II.G - RESULTADOS SISTEMA 12 BARRAS CASO D (EM MEIA-ITERAÇÕES).Figura	133
TABELA II.H - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO D (EM MEIA-ITERAÇÕES).....	134
TABELA III.A - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 12 BARRAS.....	136
TABELA III.B - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 69 BARRAS.....	136

LISTA DE SÍMBOLOS

V_k – magnitude da tensão nodal da barra k

θ_k – ângulo da tensão nodal da barra k

P_k – geração líquida (geração menos carga) de potência ativa da barra k

Q_k – geração líquida (geração menos carga) de potência reativa da barra k

P_{km} – fluxo de potência ativa no ramo $k - m$

Q_{km} – fluxo de potência reativa no ramo $k - m$

Q_k^{sh} – injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt* da barra k

G_{km}, B_{km} – coeficientes reais e imaginários da matriz admitância

Ω_k – conjunto das barras vizinhas da barra k

K – conjunto das barras vizinhas à barra k , incluindo k

$PQ, PV, V\theta$ – barras de carga, geração e referência

NPQ, NPV – número de barras PQ e barras PV , respectivamente

θ – vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV , tendo dimensão $NPQ + NPV$

V – vetor dos módulos das tensões das barras PQ , tendo dimensão NPQ

ΔP – vetor dos desvios de potência ativa

ΔQ – vetor dos desvios de potência reativa

P^{esp} – vetor das injeções de potência ativa especificados nas barras PQ e PV

Q^{esp} – vetor das injeções de potência reativa especificados nas barras PQ

P – vetor das injeções de potência ativa

Q – vetor das injeções de potência reativa

x – vetor das variáveis de estado

Δx – valores das variáveis de estado

$g(x)$ – função vetorial da variável x

$J(x)$ – matriz Jacobiana associada ao sistema

p, q, v – contadores de iterações

H, N, M e L – submatrizes da matriz Jacobiana, dadas por $\partial P_k / \partial \theta_m$, $\partial P_k / \partial V_m$, $\partial Q_k / \partial \theta_m$ e $\partial Q_k / \partial V_m$, respectivamente

B', B'' – submatrizes Jacobianas associadas ao método desacoplado rápido

\dot{S}_k^{esp} – injeção de potência complexa especificada na barra k

\dot{V}_k – tensão complexa da barra k

$\dot{Z}_{k,m}$ – impedância complexa do ramo $k - m$

$\dot{I}_{k,m}$ – corrente complexa do ramo $k - m$

\dot{S}_{base} – potência de base complexa

V_{base} – tensão de base

φ_{base} – ângulo base para a potência de base complexa

\dot{Z}_{base} – impedância complexa de base

\dot{Z}_{pu} – impedância de um ramo em base convencional (sistema *por unidade* – pu)

\dot{Z}_{cpu} – impedância de um ramo em base complexa (cpu)

$R_{\Omega}, X_{\Omega}, Z_{\Omega}$ – resistência, a reatância e impedância em ohms, respectivamente

R_{cpu}, X_{cpu} – resistência e reatância em base complexa (cpu)

R_{pu}, X_{pu} – resistência e reatância em base convencional (sistema *por unidade* – pu)

P_{cpu} – injeção de potência ativa em cpu

Q_{cpu} – injeção de potência reativa em cpu

\dot{S}_{cpu} – injeção de potência complexa em cpu

Y – matriz de admitâncias

Z – matriz de impedâncias

Z_{ik} – matriz de impedância série do ramo entre as barras i e k

$Z_{ik}^{aa}, Z_{ik}^{bb}, Z_{ik}^{cc}$ – impedâncias série próprias das fases a, b e c

$Z_{ik}^{ab}, \dots, Z_{ik}^{cb}$ – impedâncias mútuas entre as fases ab, ac, ba, ..., cb

$Y_{ij,shunt}$ – matriz de admitância *shunt* do ramo entre as barras i e k

$Y_{ik,shunt}^{aa}, Y_{ik,shunt}^{bb}, Y_{ik,shunt}^{cc}$ – admitância *shunt* próprias das fases a, b e c

$Y_{ik,shunt}^{ab}, \dots, Y_{ik,shunt}^{cb}$ – admitância *shunt* mútuas entre as fases ab, ac, ba, ..., cb

n – número de barras do sistema

ΔP_i^p – desvio de potência ativa da fase p da barra i

ΔQ_i^p – desvio de potência reativa da fase p da barra i

$(P_i^p)^{sp}$ – potência ativa especificada da fase p da barra i

$(Q_i^p)^{sp}$ – potência reativa especificada da fase p da barra i

V_i^p – módulo da tensão da fase p da barra i

θ_{ik}^{pm} – diferença angular entre as fases p e m das barras i e k

G_{ik}^{pm}, B_{ik}^{pm} – coeficientes reais e imaginários, respectivamente, da matriz de admitâncias referentes às fases p e m entre as barras i e k

nA – número de alimentadores de distribuição fisicamente representados

$\mathbf{C}^P, \mathbf{C}^Q$ – vetores das potências de compensação ativa e reativa, respectivamente

NFR – número de barras de fronteira

PB_k, QB_k – balanços de potência ativa e reativa das barras de compensação, respectivamente

$P_{kl}^{cpu}, Q_{kl}^{cpu}$ – fluxos de potência ativa e reativa através do transformador de fronteira, respectivamente

Ω_k^D – conjunto de barras de distribuição adjacentes à barra k

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	HISTÓRICO.....	17
1.2	OBJETIVOS.....	20
1.2.1	Objetivo geral.....	20
1.2.2	Objetivos específicos	20
1.3	MÉTODO	21
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
2	O FLUXO DE POTÊNCIA	23
2.1	O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA	23
2.2	A FORMULAÇÃO BÁSICA DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA.....	23
2.2.1	Subsistema 1	25
2.2.2	Subsistema 2	26
2.3	MÉTODOS TRADICIONAIS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA	27
2.3.1	Método de Newton-Raphson	27
2.3.2	Método desacoplado	29
2.3.3	Método desacoplado-rápido	32
2.4	MÉTODOS DE CÁLCULO DO FLUXO DE POTÊNCIA RADIAL	33
2.4.1	Método escalonado	33
2.4.2	Método da soma das correntes	35
2.4.3	Método da soma das potências	38
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	40
3	NORMALIZAÇÃO E MODELAGEM	42
3.1	SISTEMA POR UNIDADE	42
3.2	NORMALIZAÇÃO COMPLEXA	43
3.3	MODELAGEM TRIFÁSICA DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO.....	46
3.4	MODELAGEM TRIFÁSICA DOS TRANSFORMADORES	47
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	49
4	FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO	50
4.1	ARTIGOS ESTUDADOS	50
4.2	ADAPTAÇÃO TRIFÁSICA DO FLUXO DE POTÊNCIA.....	79

4.2.1	Equações dos desvios de potência	80
4.2.2	Sistema de equações e algoritmo.....	80
4.2.3	Método desacoplado rápido normalizado	81
4.2.4	Aplicação da normalização complexa ao fluxo de potência trifásico	83
4.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	84
5	FLUXO DE POTÊNCIA UNIFICADO ENTRE TRANSMISSÃO E DISTRIBUIÇÃO.....	86
5.1	INTRODUÇÃO À ABORDAGEM UNIFICADA.....	86
5.2	ADAPTAÇÃO À REPRESENTAÇÃO TRIFÁSICA DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO	87
5.3	FORMULAÇÃO ESTENDIDA	89
5.4	FORMULAÇÃO ESTENDIDA DO MÉTODO DESACOPLADO RÁPIDO	93
5.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	94
6	SIMULAÇÃO E RESULTADOS	95
6.1	SISTEMAS-TESTE	96
6.1.1	Fluxo de potência trifásico com normalização complexa	96
6.1.2	Fluxo de potência unificado	97
6.2	RESULTADOS	98
6.2.1	Fluxo de potência trifásico com normalização complexa	98
6.2.2	Fluxo de potência unificado	112
6.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	116
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	117
7.1	CONCLUSÕES.....	117
7.2	TRABALHOS FUTUROS.....	118
	REFERÊNCIAS	119
	APÊNDICES.....	122

1 INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRICO

O sistema elétrico de potência tem atravessado um processo contínuo de evolução ao longo das últimas décadas, orientado pela ampliação da demanda e buscando um fornecimento de energia mais eficiente e seguro. O incremento da demanda de energia, a presença da geração distribuída, variações na topologia das redes e mudanças das características das cargas tem afetado principalmente a rede de distribuição.

Esta, tradicionalmente, tem sido considerada como uma rede passiva em relação ao sistema elétrico sujeita somente a fluxos de potência unidirecionais, da subestação até os consumidores, dada a topologia radial predominante. Porém, o advento da geração distribuída e do conceito de *Smart Grids* tende a modificar a estrutura da rede, tornando-a mais malhada e consequentemente sujeita a fluxos de potência bidirecionais. Estas situações são exemplificadas pelas (FIGURA 1) e (FIGURA 2).

FIGURA 1 - REDE RADIAL, O FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA É DA FONTE PARA AS CARGAS (UNIDIRECIONAL).

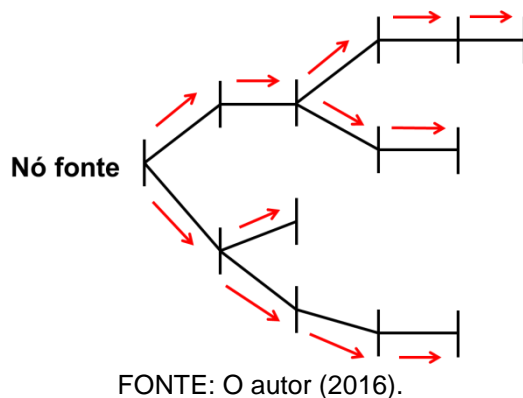
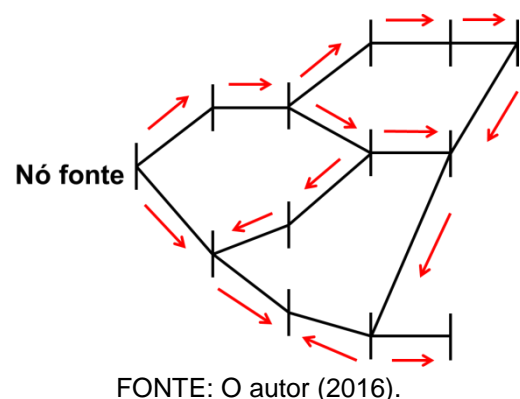


FIGURA 2 - REDE MALHADA, O FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA CIRCULA PELO SISTEMA (BIDIRECIONAL).



O aumento da demanda também modifica o estudo inerente ao fluxo de potência nas redes de distribuição, visto que as cargas, apesar de serem projetadas para serem balanceadas nos consumidores, são geralmente desequilibradas,

sobrecarregando assim uma ou mais fases de forma desigual. Este desequilíbrio é também estimulado pela não transposição das fases nas redes de distribuição.

Estas situações elevam a complexidade dos estudos envolvendo a análise do fluxo de potência e dificultam a utilização de métodos de cálculo já consagrados, em geral baseados no método de Newton-Raphson, normalmente projetados para as redes de transmissão. Isto torna necessário o desenvolvimento de metodologias capazes de contornar estas dificuldades para que se possibilitem análises mais precisas das redes de distribuição.

Diversos estudos têm sido realizados visando à solução do fluxo de potência trifásico desbalanceado em redes de distribuição. O marco inicial na literatura ocorreu em 1976 com Birt *et al* (1976). A modelagem trifásica foi utilizada para se estudar os efeitos de longas linhas de transmissão não transpostas e de grandes cargas monofásicas nas redes.

O fluxo de potência trifásico da linha de transmissão foi tratado como no caso monofásico, utilizando o método de Newton-Raphson para a solução. As tensões e potências foram apresentadas como vetores de três elementos para representação das fases e injeções de potência. As impedâncias das linhas se tornaram matrizes de dimensão três por três, permitindo a representação das impedâncias próprias das linhas e das impedâncias mútuas entre as fases (BIRT *et al.*, 1976).

Já em 1978, Arrillaga *et al* propõem modificações do método desacoplado rápido para o fluxo de potência visando torná-lo apto a solução trifásica. Para tanto eles apresentam modelagens trifásicas para as linhas de transmissão, máquinas síncronas e transformadores (ARRILLAGA; HARKER, 1978).

Esta abordagem passa mais tarde a sofrer diversas modificações. A primeira delas procura utilizar a topologia da rede radial de distribuição para minimizar o número de equações utilizadas, reduzindo assim o esforço computacional necessário. Para tanto também são utilizados modelos de injeção de corrente dos elementos nas barras, ao invés de injeções de potência (ZIMMERMAN; CHIANG, 1995).

No ano de 1996 é proposta outra modificação do método utilizado por Arrillaga *et al* (1978), na qual o sistema de distribuição, que antes era representado em suas componentes de fase, passa a ser representado em suas componentes

simétricas. Após a decomposição do sistema nestas componentes, são acrescentadas injeções de corrente no diagrama de sequência positiva para representar o desequilíbrio entre as três fases. Somente após esta etapa o sistema da sequência positiva é então resolvido pelos métodos convencionais de Newton-Raphson. Os sistemas de sequência negativa e zero são posteriormente calculados utilizando equações de equivalência entre os sistemas, advindas da representação em componentes simétricas (ZHANG, 1996).

No ano de 2000 são propostas outras modificações para o método desacoplado rápido aplicado ao sistema de distribuição. Inicialmente há a modificação proposta por Strezoski e Trpezanovski, na qual é readequada a modelagem dos transformadores defasadores, utilizando o que foi chamado pelos autores de *New Scaling Concept*, e é criado um novo sistema de classificação das barras do sistema. Segundo os autores, a nova classificação proposta é essencial para se calcular o fluxo de potência trifásico em sistemas de distribuição, pois o método proposto trabalha bem em sistemas com elevada relação R/X (STREZOSKI; TRPEZANOVSKI, 2000).

Por outro lado, Lin e Teng propõem um método desacoplado ao se modificar as equações do método de Newton-Raphson para desvios de injeção de corrente, ao invés do convencional desvio de potências, além de utilizar a representação das grandezas elétricas em coordenadas retangulares, modificando assim a estrutura da matriz jacobiana (LIN; TENG, 2000).

Em 2003, é proposta uma metodologia por Pizzali (2003) que, além de representar as três fases do sistema, representa explicitamente o cabo de neutro e terra existentes na distribuição. Esta representação é de especial interesse para análises de qualidade de energia, segurança, perdas e etc. Para tanto o problema do fluxo de potência é solucionado baseando-se no método *backward-forward* (PIZZALI, 2003).

Mais recentemente há o estudo desenvolvido por Abdelaziz *et al* (2013), na qual é utilizado o Método da Região de Confiança de Newton para solução do fluxo de potência trifásico numa rede de distribuição em microgrid, ou seja, com forte presença de geração distribuída e podendo operar isoladamente do sistema de transmissão. Para tanto os autores não consideram a existência de barra de folga e

consideram a frequência de operação do sistema como variável, tornando o fluxo de potência trifásico em um problema de otimização (ABDELAZIZ et al., 2013).

Visando contribuir com esta área, o presente trabalho pretende estudar e aprimorar o método já apresentado por Durce, Tortelli e Lourenço (2012). Neste trabalho os autores utilizam a chamada Normalização Complexa para melhorar a relação R/X das redes de distribuição, permitindo a aplicação eficiente dos métodos desacoplados para a solução do fluxo de potência. Esta metodologia mostrou-se muito eficaz, reduzindo o número de iterações necessárias para os fluxos de potência desacoplados (DURCE et al., 2012).

O presente estudo pretende desenvolver a formulação trifásica do problema de fluxo de potência, solucionando-o através do método desacoplado rápido associado à aplicação da normalização complexa dos elementos da rede elétrica. Com isso, buscar-se-á uma análise mais apurada e eficiente de sistemas de distribuição, levando em conta diferentes condições topológicas e operativas, incluindo situações de desequilíbrio de carga.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver uma metodologia para o cálculo do fluxo de potência trifásico eficiente para estudos envolvendo redes de distribuição considerando o novo contexto do sistema elétrico.

1.2.2 Objetivos específicos

- Levantar a fundamentação teórica e o estado da arte do objetivo geral;
- Propor e implementar uma nova metodologia para o cálculo de fluxo de potência trifásico;
- Testar e avaliar o desempenho da nova metodologia considerando diferentes condições topológicas e operativas de redes de distribuição;
- Implementar a extensão do fluxo de potência entre rede de transmissão com representação monofásica e rede de distribuição com representação trifásica.

1.3 MÉTODO

Inicialmente será realizada a fundamentação teórica e o estudo do estado da arte referente a métodos de solução do fluxo de potência em redes de distribuição, serão estudados artigos e livros textos referentes a este assunto.

Em seguida, baseando-se nas técnicas estudadas, será desenvolvida uma nova metodologia para o cálculo do fluxo de potência em redes de distribuição, baseada na representação trifásica do sistema elétrico e na utilização do método Newton-Raphson desacoplado rápido associado à aplicação do conceito de normalização complexa aos elementos da rede elétrica. Além desta, também será desenvolvida metodologia capaz de unificar o fluxo de potência entre o sistema de transmissão, este monofásico, e o sistema de distribuição trifásico. As novas metodologias serão implementadas em ambiente MATLAB® ou outra linguagem de programação apropriada. Após a finalização dos programas serão feitos testes e análises das metodologias propostas.

Para finalizar o trabalho serão analisadas as vantagens e desvantagens das metodologias propostas, além de serem expostos pontos a serem melhorados e problemas encontrados nas técnicas desenvolvidas.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho tem sete capítulos, sendo eles:

O Capítulo 1, o qual apresentou a introdução, os objetivos, a justificativa e os procedimentos metodológicos definidos na proposta para o desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 2 será destinado à formulação do problema do fluxo de potência e a apresentação de seus métodos de solução monofásicos mais usuais.

O Capítulo 3 apresentará a representação do sistema por unidade, tanto a convencional quanto complexa, e a modelagem de alguns dos componentes da rede elétrica para o caso trifásico.

O Capítulo 4 terá conteúdos referentes ao breve histórico de diferentes métodos de solução do fluxo de potência trifásico, sendo assim uma revisão

bibliográfica. Além disso, também apresentará o método de solução do fluxo de potência trifásico escolhido.

O Capítulo 5 tratará da metodologia do fluxo de potência unificado entre a transmissão e distribuição em uma só análise e sua extensão para uma abordagem trifásica.

No Capítulo 6 serão apresentados os resultados obtidos com a nova metodologia proposta, por meio de gráficos e tabelas, onde serão consideradas diferentes redes elétricas com diferentes condições topológicas e operativas a fim de evidenciar sua robustez e eficiência.

O Capítulo 7 será reservado às considerações finais do trabalho desenvolvido e propostas de trabalhos futuros.

2 O FLUXO DE POTÊNCIA

2.1 O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA

O planejamento, expansão e operação do sistema elétrico de potência requerem uma série de análises para a verificação do desempenho e efetividade do mesmo. A solução do fluxo de potência permite aos operadores do sistema avaliar o estado atual e futuro da operação da rede elétrica, identificando níveis de perdas e sobrecargas nos equipamentos elétricos e linhas, perfis de tensão, tanto em condições normais quanto sob contingência.

O problema de cálculo do fluxo de potência consiste inicialmente em determinar as magnitudes de tensão e suas defasagens angulares em todas as barras do sistema. Em seguida, com estes dados, são calculados os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão e distribuição da rede. Existem diferentes métodos desenvolvidos ao longo do tempo e apresentados na literatura para a solução deste problema, cada um deles com suas características, sendo, portanto, a escolha do método importante para a efetiva obtenção da solução do problema de fluxo de potência.

Alguns métodos são mais específicos para as redes de transmissão, enquanto outros são mais apropriados para as redes de distribuição. Neste capítulo será apresentado o método clássico de solução de fluxo de potência, além de formulações específicas para redes de distribuição.

2.2 A FORMULAÇÃO BÁSICA DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA

Para a solução do fluxo de potência em uma rede elétrica é utilizada a modelagem estática dos componentes da rede, ou seja, o sistema é representado como um conjunto de equações e inequações algébricas, na qual as variações com o tempo são suficientemente pequenas para se desconsiderar os efeitos transitórios. Segundo Monticelli (1983), estas equações e inequações algébricas não-lineares correspondem às Leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e seus componentes. Para formulação básica, são associadas a cada

barra da rede elétrica quatro variáveis, sendo que, em cada barra, duas entram como dados do problema e duas como incógnitas:

V_k – magnitude da tensão nodal da barra k

θ_k – ângulo da tensão nodal da barra k

P_k – geração líquida (geração menos carga) de potência ativa da barra k

Q_k – geração líquida de potência reativa da barra k

Dependendo de quais variáveis entram como dados de barra do problema, estas recebem distintas classificações, sendo usualmente adotado o seguinte padrão:

Barras tipo PQ – são dados P_k e Q_k , calcula-se V_k e θ_k

Barras tipo PV – são dados P_k e V_k , calcula-se Q_k e θ_k

Barra tipo $V\theta$ ou de referência – são dados V_k e θ_k , calcula-se P_k e Q_k

Tipicamente, as barras do tipo PQ correspondem às barras de carga, enquanto as barras do tipo PV estão relacionadas às barras de geração. Em função da necessidade de viabilizar matematicamente a solução do conjunto de equações do problema, uma das barras do sistema deve ser necessariamente do tipo $V\theta$. Essa barra, que em geral está associada a uma barra com grande capacidade de geração, possui duas funções fundamentais: oferecer a referência angular do sistema, por isso sendo chamada de barra de referência, e ser responsável por fechar o balanço de potência do sistema, sendo por isso também conhecida como barra de folga ou, em inglês, barra *slack*.

Da aplicação da primeira Lei de Kirchhoff obtém-se o conjunto de equações do problema de fluxo de carga, advindas do fato de que as potências ativas e reativas injetadas em cada barra são iguais aos somatórios dos fluxos de potência ativa e reativa que deixam as respectivas barras através dos equipamentos elétricos a ela conectados. Matematicamente isto pode ser expresso da seguinte forma:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.1)$$

$$Q_k + Q_k^{sh}(V_k) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m). \quad (2.2)$$

Em que:

$k = 1, \dots, NB$, sendo NB o número de barras da rede;

Ω_k – conjunto das barras vizinhas à barra k ;

V_k, V_m – magnitudes das tensões das barras terminais do ramo $k - m$;

θ_k, θ_m – ângulos das tensões das barras terminais do ramo $k - m$;

P_{km} – fluxo de potência ativa no ramo $k - m$;

Q_{km} – fluxo de potência reativa no ramo $k - m$;

Q_k^{sh} – injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt* da barra k ;

As injeções de potência ativa e reativa são dadas por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.3)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}). \quad (2.4)$$

Nas quais:

G_{km}, B_{km} – coeficientes reais e imaginários da matriz admitância;

K – conjunto das barras vizinhas à barra k , incluindo k .

Definindo NPQ e NPV como o número de barras PQ e barras PV , respectivamente, o problema pode ser dividido em dois subsistemas de equações algébricas como mostrado a seguir.

2.2.1 Subsistema 1

Neste subproblema o objetivo é calcular os módulos das tensões e seus respectivos ângulos, ou seja, pretende-se encontrar V_k e θ_k para as barras PQ , e θ_k para as barras PV . Para a barra $V\theta$ isto não é necessário, pois $V_{V\theta}$ e $\theta_{V\theta}$ já são conhecidos. O vetor de incógnitas é composto então por:

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Na qual θ é o vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV , tendo dimensão $NPQ + NPV$, e V é o vetor dos módulos das tensões das barras PQ , tendo dimensão NPQ . Portanto, o subsistema é composto por $2NPQ + NPV$ equações algébricas não lineares, possuindo este mesmo número de incógnitas. Estas equações são definidas por:

$$g(x) = g(V, \theta) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P(V, \theta) \\ Q^{esp} - Q(V, \theta) \end{bmatrix} = 0. \quad (2.6)$$

Na qual:

ΔP – vetor dos desvios de potência ativa;

ΔQ – vetor dos desvios de potência reativa;

P^{esp} – vetor das injeções de potência ativa especificados nas barras PQ e PV ;

Q^{esp} – vetor das injeções de potência reativa especificados nas barras PQ ;

P – vetor das injeções de potência ativa calculados por (2.3);

Q – vetor das injeções de potência reativa calculados por (2.4).

Este sistema de equações algébricas não lineares não possui solução direta, conseqüentemente deve ser resolvido por algum método iterativo.

2.2.2 Subsistema 2

Neste subproblema calculam-se os valores das injeções de potência ativa e reativa na barra $V\theta$ e a injeção de potência reativa das barras PV da rede. Para tanto, são necessários os valores dos módulos e ângulos das tensões em todas as barras, que são obtidos pela solução do Subsistema 1. Ao contrário deste, o Subsistema 2 possui solução direta através das equações (2.3) e (2.4).

2.3 MÉTODOS TRADICIONAIS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA

2.3.1 Método de Newton-Raphson

O sistema a ser resolvido, representado pelo Subsistema 1, é representado pela equação (2.6). A resolução do sistema de equações pelo Método Newton-Raphson consiste em determinar vetores de correção Δx para atualização dos valores de ângulo e módulo da tensão do vetor $x(\theta, V)$. Como apresentado por Monticelli (1983), a determinação de Δx para cada iteração depende da solução do sistema linear apresentado a seguir:

$$g(x^v) = -J(x^v) \cdot \Delta x^v. \quad (2.7)$$

No qual $J(x)$ é a matriz Jacobiana associada ao sistema e v é o contador de iterações.

O cálculo da Matriz Jacobiana consiste em derivar as equações de injeção de potência ativa e reativa em função de θ e V . Esta pode ser dividida em quatro submatrizes: (i) derivadas parciais de injeção de potência ativa em função dos ângulos das tensões (H); (ii) derivadas parciais de injeção de potência ativa em função dos módulos das tensões (N); (iii) derivadas parciais de injeção de potência reativa em função dos ângulos das tensões (M); (iv) derivadas parciais de injeção de potência reativa em função dos módulos das tensões (L). A divisão é representada pela equação (2.8):

$$J(x) = J(V, \theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Delta P)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial V} \\ \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

As componentes das submatrizes jacobianas H , N , M e L são dadas por:

$$\begin{cases} H_{km} = \partial P_k / \partial \theta_m = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kk} = \partial P_k / \partial \theta_k = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} N_{km} = \partial P_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} = \partial P_k / \partial V_k = V_k^{-1} (P_k + V_k^2 G_{kk}) \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\begin{cases} M_{km} = \partial Q_k / \partial \theta_m = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kk} = \partial Q_k / \partial \theta_k = P_k - V_k^2 G_{kk} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} L_{km} = \partial Q_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kk} = \partial Q_k / \partial V_k = V_k^{-1} (Q_k + V_k^2 G_{kk}) \end{cases} \quad (2.12)$$

Consequentemente o sistema a ser solucionado a cada iteração passa a ser:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^v = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^v. \quad (2.13)$$

Em seguida o vetor com os módulos e ângulos das tensões é atualizado com os valores de correção obtidos pela solução do sistema acima. Isto é representado, de forma simplificada, pelas seguintes equações:

$$\Delta P(V^v, \theta^v) = H(V^v, \theta^v) \Delta \theta^v + N(V^v, \theta^v) \Delta V^v \quad (2.14)$$

$$\Delta Q(V^v, \theta^v) = M(V^v, \theta^v) \Delta \theta^v + L(V^v, \theta^v) \Delta V^v \quad (2.15)$$

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta \theta^v \quad (2.16)$$

$$V^{v+1} = V^v + \Delta V^v. \quad (2.17)$$

De forma mais detalhada, o algoritmo utilizado para a aplicação do Método Newton-Raphson para a solução do Subproblema 1 do fluxo de potência é descrito a seguir (MONTICELLI, 1983):

- i) Iniciar o contador de iterações $v = 0$, definir valores iniciais dos ângulos das tensões para as barras PQ e PV e especificar valores iniciais dos módulos das tensões para as barras PQ (inicialização dos valores de estado).
- ii) **Subsistema 2:** Calcular $P_k(V^v, \theta^v)$ para as barras PQ e PV , $Q_k(V^v, \theta^v)$ para as barras PQ , e em seguida os desvios de injeção de potência ΔP_k^v e ΔQ_k^v .

- iii) Testar convergência: se $\max\{|\Delta P_k^v|\} \leq \varepsilon_P$ e $\max\{|\Delta Q_k^v|\} \leq \varepsilon_Q$, o processo iterativo convergiu para a solução (V^v, θ^v) e finalizar o processo; caso contrário seguir para o próximo passo.
- iv) Calcular a matriz jacobiana: $J(V^v, \theta^v) = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^v$.
- v) **Subsistema 1:** Determinar a nova solução $\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta\theta^v$ e $V^{v+1} = V^v + \Delta V^v$, sendo $\Delta\theta^v$ e ΔV^v determinados a partir da solução do sistema linear definido por $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^v = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^v$.
- vi) Incrementar o contador v em uma unidade e voltar ao passo (iii).

Este método, de modo geral, possui convergência quadrática, sendo bastante sensível ao ponto de partida do processo. Quanto maior a dimensão do sistema, maior será o armazenamento de memória e tempo de processamento do método, visto que a cada iteração a matriz jacobiana é recalculada e reestruturada (MONTICELLI, 1983).

A utilização do Método de Newton-Raphson para a solução do problema de fluxo de potência foi um grande marco para esta área de pesquisa. Desde seu surgimento diversas modificações foram propostas visando adaptar o método a diferentes sistemas com características específicas. Dentre estes métodos, surgiram os métodos desacoplados, que são variações que visam reduzir o tempo e esforço computacional necessário para a resolução do sistema.

2.3.2 Método desacoplado

Conforme expresso por Monticelli (1983), os métodos desacoplados se baseiam no fato de que, para sistemas de transmissão, as variações $\partial P_k / \partial V_m$ e $\partial Q_k / \partial \theta_m$ são muito pequenas quando comparadas com as variações $\partial P_k / \partial \theta_m$ e $\partial Q_k / \partial V_m$, consequentemente a variação da potência ativa sofre maior influência de variações nos ângulos das tensões, enquanto que a variação da potência reativa depende mais fortemente da variação da magnitude das tensões, o que permite desacoplar as parcelas $P\theta$ e QV do sistema em questão. Estas considerações são

mais perceptíveis em redes de transmissão em extra-alta tensão (acima de 230 kV), e ultra-alta tensão (acima de 750 kV).

Para realizar o desacoplamento, as submatrizes N e M são consideradas como nulas, ou seja, as variações $\partial P_k / \partial V_m$ e $\partial Q_k / \partial \theta_m$ são igualadas a zero e assim os efeitos causados pelos módulos e ângulos das tensões sobre as potências ativa e reativa, respectivamente, são anulados. Isto permite a adoção de um algoritmo de solução no qual a solução alternada dos subproblemas $P\theta$ e QV é viável, utilizando-se dos valores atualizados de V para a resolução do subproblema $P\theta$ e dos valores atualizados de θ para a resolução do subproblema QV (MONTICELLI, 1983).

De forma simplificada, estas aproximações são representadas pelas seguintes equações:

$$\Delta P(V^v, \theta^v) = H(V^v, \theta^v) \Delta \theta^v \quad (2.18)$$

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta \theta^v \quad (2.19)$$

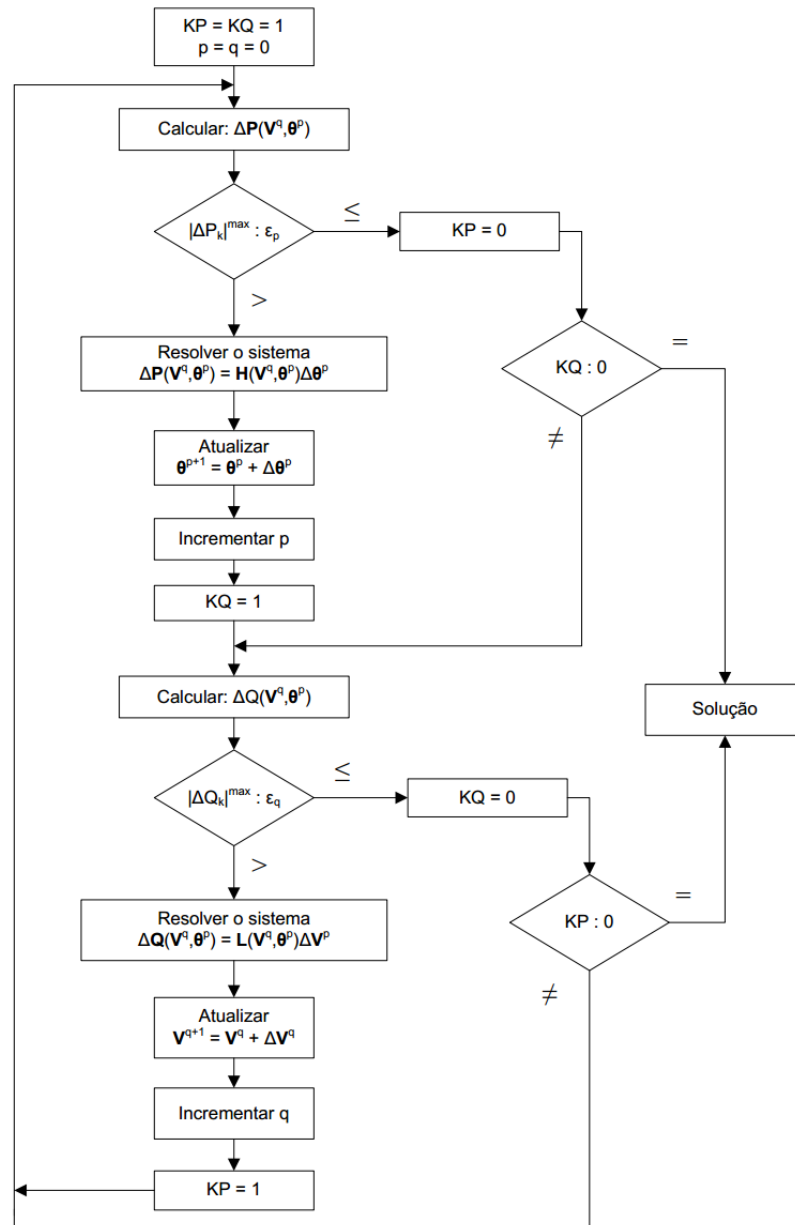
$$\Delta Q(V^v, \theta^{v+1}) = L(V^v, \theta^{v+1}) \Delta V^v \quad (2.20)$$

$$V^{v+1} = V^v + \Delta V^v. \quad (2.21)$$

Em algumas situações os problemas $P\theta$ e QV podem ter velocidades de convergência diferentes. Nestes casos podem-se obter algumas vantagens computacionais ao se alternar a resolução dos problemas $P\theta$ e QV . Por exemplo, caso o problema $P\theta$ encontre convergência antes do problema QV , os cálculos relacionados àquele não são mais necessários, poupando assim esforço computacional enquanto o problema QV ainda é resolvido. Para tanto é usual a utilização de contadores de meia-iteração separados, p para o contador do problema $P\theta$ e q para o contador do problema QV (MONTICELLI, 1983).

De forma mais detalhada, o algoritmo utilizado para a aplicação do Método Desacoplado para a solução do Subproblema 1 do fluxo de potência é apresentado pela (FIGURA 3) (MONTICELLI, 1983) na página seguinte.

FIGURA 3 - FLUXOGRAMA MÉTODO DESACOPLADO.



FONTE: Adaptado de Monticelli (1983).

O Método Desacoplado também possui uma versão normalizada por suas próprias tensões (MONTICELLI, 1983), na qual os desvios de injeção de potência são divididos pelos módulos das tensões das barras, sendo que esta versão pode apresentar convergência mais rápida para alguns sistemas por diminuir a não-linearidade do sistema. Sendo V a matriz diagonal, cujos elementos não-nulos são as magnitudes das tensões das barras do sistema, as submatrizes jacobianas H e L podem ser escritas na forma:

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{H}' \quad (2.22)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{V}\mathbf{L}'. \quad (2.23)$$

Assim, as equações podem ser escritas por:

$$\Delta \mathbf{P}(\mathbf{V}^v, \boldsymbol{\theta}^v) / \mathbf{V} = \mathbf{H}'(\mathbf{V}^v, \boldsymbol{\theta}^v) \Delta \boldsymbol{\theta}^v \quad (2.24)$$

$$\boldsymbol{\theta}^{v+1} = \boldsymbol{\theta}^v + \Delta \boldsymbol{\theta}^v \quad (2.25)$$

$$\Delta \mathbf{Q}(\mathbf{V}^v, \boldsymbol{\theta}^{v+1}) / \mathbf{V} = \mathbf{L}'(\mathbf{V}^v, \boldsymbol{\theta}^{v+1}) \Delta \mathbf{V}^v \quad (2.26)$$

$$\mathbf{V}^{v+1} = \mathbf{V}^v + \Delta \mathbf{V}^v. \quad (2.27)$$

2.3.3 Método desacoplado-rápido

O método desacoplado rápido possui o mesmo algoritmo básico que o método desacoplado, a diferença entre os dois métodos está nas matrizes jacobianas utilizadas para o cálculo dos desvios dos estados. Enquanto no método desacoplado as submatrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' são recalculadas a cada meia-iteração, no método desacoplado rápido estas matrizes são mantidas constantes durante todo o processo iterativo, sendo substituídas pelas matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' , respectivamente. Para tanto são consideradas as seguintes aproximações (MONTICELLI, 1983):

- $\theta_{km} \approx 0 \therefore \cos \theta_{km} \approx 1$ e $\sin \theta_{km} \approx 0$;
- $|B_{km}| \gg |G_{km} \sin \theta_{km}|$;
- $|B_{kk} V_k^2| \gg |Q_k|$;
- V_k e $V_m \approx 1$.

Estas aproximações nas submatrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' resultam em:

$$\left. \begin{array}{l} H'_{km} \cong -B_{km} \\ H'_{kk} \cong -B_{kk} \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{H}' \cong \mathbf{B}' \quad (2.28)$$

$$\left. \begin{array}{l} L'_{km} \cong -B_{km} \\ L'_{kk} \cong -B_{kk} \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{L}' \cong \mathbf{B}''. \quad (2.29)$$

Consequentemente as submatrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' não dependem mais das variáveis de estado do sistema (ângulos e magnitudes das tensões das barras), dependendo somente dos parâmetros da rede. As matrizes acima apresentadas

diferem entre si pela quantidade de elementos que possuem; a matriz \mathbf{B}' não apresenta as linhas e colunas da matriz \mathbf{B} referentes às barras do tipo $V\theta$, enquanto a matriz \mathbf{B}'' não apresenta as linhas e colunas da matriz \mathbf{B} referentes às barras do tipo $V\theta$ e PV (MONTICELLI, 1983).

Portanto as equações relacionadas ao método desacoplado-rápido, normalizado pelas tensões, são:

$$\Delta P(V^v, \theta^v)/V = \mathbf{B}' \Delta \theta^v \quad (2.30)$$

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta \theta^v \quad (2.31)$$

$$\Delta Q(V^v, \theta^{v+1})/V = \mathbf{B}'' \Delta V^v \quad (2.32)$$

$$V^{v+1} = V^v + \Delta V^v. \quad (2.33)$$

Ainda existem pequenas modificações que podem ser feitas no método desacoplado rápido. Pode-se, por exemplo, desconsiderar as resistências série das linhas e os elementos da rede relacionados à potência reativa durante a construção da matriz \mathbf{B}' , esta versão é conhecida como XB . Outra versão comum é a versão BX , nesta desconsideram-se as resistências série das linhas durante a montagem da matriz \mathbf{B}'' ao invés da \mathbf{B}' . Nesta, os elementos *shunt* são ainda desconsiderados em \mathbf{B}' , porém são duplicados em \mathbf{B}'' . Esta versão apresenta melhor desempenho em sistemas com baixa relação X/R . Em sistemas de alta tensão, ambas as versões apresentam desempenho similar (MONTICELLI, 1983).

2.4 MÉTODOS DE CÁLCULO DO FLUXO DE POTÊNCIA RADIAL

2.4.1 Método escalonado

Como tipicamente as redes de distribuição possuem topologia radial predominante, técnicas tradicionais de solução do fluxo de potência em redes de transmissão tendem a não serem usadas, em função da sua fraca convergência neste tipo de rede. Assim, foi desenvolvido um método iterativo específico para sistemas radiais denominado método escalonado (KERSTING, 2001).

Este método é dividido em duas etapas, nas quais são realizados dois passos básicos, denominados varreduras para frente (*forward sweep*) e para trás (*backward sweep*), para se determinar o estado da mesma. No início do processo iterativo é suposto um perfil de tensão para toda a rede, em seguida é realizada a varredura para trás, na qual consiste na determinação de todas as correntes da rede (KERSTING, 2001).

Considerando conhecidas as injeções de potência das barras, o cálculo das correntes tem início na última barra do sistema sendo a corrente de carga determinada por:

$$I_k = (\dot{S}_k^{esp} / \dot{V}_k)^* \quad (2.34)$$

Na qual:

k é o número da barra, variando de 2 até NB;

\dot{S}_k^{esp} é a injeção de potência complexa especificada na barra k ;

\dot{V}_k é a tensão complexa da barra k .

Logo após, a corrente da linha precedente a barra k pode ser determinada pela direta aplicação da Lei das Correntes de Kirchhoff:

$$I_{k-1,k} = I_k + \sum_{b \in A_k} I_{k,b} \quad (2.35)$$

Na qual A_k é o conjunto de barras alimentadas pela barra k .

Sendo conhecida a corrente da linha, é possível determinar a tensão da barra precedente pela direta aplicação da Lei das Tensões de Kirchhoff:

$$\dot{V}_{k-1} = \dot{V}_k + \dot{Z}_{k-1,k} \cdot I_{k-1,k} \quad (2.36)$$

Este procedimento é repetido para todas as barras, até que se encontre a tensão da barra inicial do sistema ($k = 1$). Após a obtenção da tensão \dot{V}_1^{calc} , a convergência é testada verificando o erro entre a tensão calculada (\dot{V}_1^{calc}) e tensão especificada (\dot{V}_1^{esp}) na barra inicial, caso o erro seja menor que a tolerância o

processo iterativo para, caso contrário é realizada a varredura para frente (KERSTING, 2001).

Durante a varredura para frente é feita a atualização dos valores de tensão de todas as barras da rede. Para tanto, inicialmente a tensão calculada na primeira barra (\dot{V}_1^{calc}) recebe o valor da tensão especificada para esta (\dot{V}_1^{esp}). Em seguida as demais tensões do sistema são calculadas pela direta aplicação da Lei das Tensões de Kirchhoff, ao se utilizar os valores de corrente entre os ramos obtidos na etapa anterior (KERSTING, 2001):

$$\dot{V}_k = \dot{V}_{k-1} - \dot{Z}_{k-1,k} \cdot \dot{I}_{k-1,k}. \quad (2.37)$$

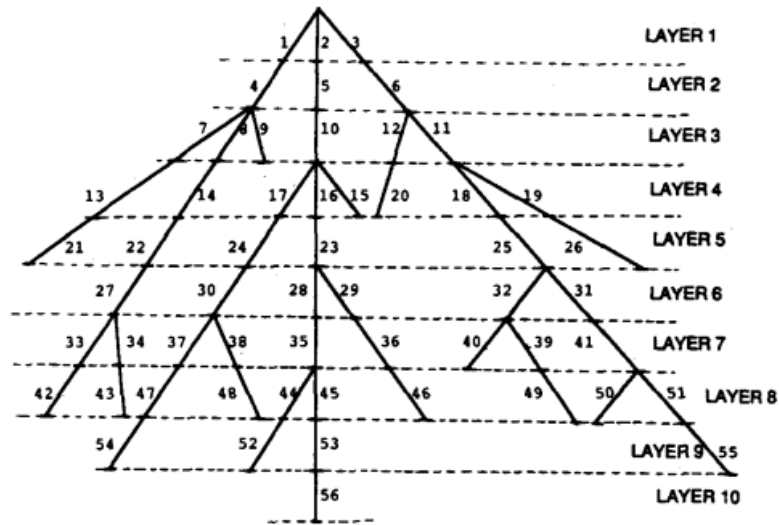
Após o cálculo de todas as novas tensões na rede, mais uma varredura para trás é realizada e a convergência é novamente testada. Este processo se repete até que a convergência seja obtida.

2.4.2 Método da soma das correntes

O método da soma das correntes tem por base o método escalonado, sendo assim um método também baseado na varredura para frente e para trás. Para a utilização do método, a rede, independente de sua topologia original, é convertida em uma rede radial. Caso isto não seja feito, não é possível aplicar o método proposto. Ao contrário de outros métodos existentes na época, o método apresentado por Shirmoharmnadi *et al* (1988) não se baseia nos nós da rede, mas sim nos ramos.

Uma rede de distribuição radial comum, com n nós, possui um nó fonte e b ramos ($b = n - 1$). Este sistema é então subdivido em camadas (*layers*) e a numeração dos ramos se dá da primeira camada até a última. A numeração dos ramos da camada seguinte só é feita após a numeração de todos os ramos da camada anterior. Um exemplo é apresentado pela (FIGURA 4).

FIGURA 4 - EXEMPLO DE NUMERAÇÃO.



FONTE: Shirmoharmnadi *et al.* (1988).

Após a numeração de todos os ramos e considerando que as tensões iniciais de todos os nós são iguais a unidade, o processo iterativo consiste em três etapas. Primeiramente é feito o cálculo das injeções de corrente nodais (I_i^k), para cada nó i na iteração k a injeção de corrente nodal é dada por:

$$I_i^k = \left(\frac{S_i}{V_i^{k-1}} \right)^* - Y_i V_i^{k-1} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.38)$$

Na qual:

V_i^{k-1} é a tensão no nó i calculada durante a iteração $k - 1$;

S_i é a injeção de potência especificada na barra i ;

Y_i é a soma de todos os elementos *shunt* da barra i .

Em seguida é realizada a varredura para trás. Esta tem início na última camada e vai se movendo para trás pelos ramos até chegar ao nó fonte, localizado na primeira camada. A corrente do ramo L (J_L) é calculada por:

$$J_L^k = -I_{L2}^k + \sum \left(\begin{array}{c} \text{correntes dos ramos} \\ \text{que saem do nó } L2 \end{array} \right) \quad L = b, b-1, \dots, 1. \quad (2.39)$$

Na qual I_{L2}^k é a injeção de corrente no nó $L2$, esta é uma aplicação direta da Lei das Correntes de Kirchhoff.

Então é realizada a etapa da varredura para frente. Nesta, as tensões são atualizadas começando com os ramos da primeira camada e indo em direção aos ramos da última. Para cada ramo L , a tensão do nó $L2$ é calculada usando a tensão atualizada do nó $L1$ e a corrente do ramo calculada na varredura para trás precedente:

$$V_{L2}^k = V_{L1}^k - Z_L J_L^k \quad L = 1, 2, \dots, b. \quad (2.40)$$

Na qual Z_L é a impedância série do ramo L , esta é uma aplicação direta da Lei das tensões de Kirchhoff. Estes três passos são aplicados até que se atinja a convergência, sendo utilizado o desvio das potências injetadas nos nós como critério de parada, esta é calculada ao final de cada etapa para frente do processo de varredura. A injeção de potência para o nó i na iteração k é dada por:

$$S_i^k = V_i^k (I_i^k)^* - Y_i |V_i^k|^2. \quad (2.41)$$

Então os desvios de potência ativa e reativa são dados por:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i^k &= \text{Re}[S_i^k - S_i] \\ \Delta Q_i^k &= \text{Im}[S_i^k - S_i] \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

O processo iterativo tem continuidade até que ambos os desvios fiquem menores que a tolerância escolhida.

Os autores também propõem um método para solucionar redes fracamente malhadas, visto que estas devem ser convertidas em redes radiais para a aplicação do método. Para tanto, são criados pontos de quebra (*breakpoints*) na rede nos locais em que as malhas são fechadas. Em cada *breakpoint*, o ramo é dividido em dois nós, nos quais são inseridos injeções de corrente de mesmo módulo, porém com polaridades contrárias. Consequentemente, na iteração k :

$$\left. \begin{aligned} I_{j1}^k &= -\hat{J}_j^k \\ I_{j2}^k &= \hat{J}_j^k \end{aligned} \right\} \quad j = 1, 2, \dots, p. \quad (2.43)$$

Na qual:

j_1 e j_2 correspondem ao dois nós resultantes do ponto de quebra no nó

j ; com $I_{j_1}^k$ e $I_{j_2}^k$ sendo as injeções de corrente em cada um destes nós;

\hat{J}_j^k é a corrente do ponto de quebra;

p é o número total de pontos de quebra.

A corrente \hat{J}_j^k pode ser calculada diretamente utilizando o método de compensação de corrente, ou por processo iterativo. Este último é mais utilizado na presença de cargas com potências constantes na rede e a corrente \hat{J}_j^k é calculada utilizando o Circuito Equivalente de Thevenin, sendo ela a corrente que circula no circuito equivalente.

Segundo os autores, o método apresentado é mais eficiente na solução de sistemas de distribuição radiais e levemente malhados do que o método tradicional de Newton-Raphson, sendo também possível a sua aplicação para a solução do fluxo de potência trifásico.

2.4.3 Método da soma das potências

O método da soma das potências apresentado por Cespedes (1990) é baseado na equivalência elétrica e na eliminação do ângulo de fase das tensões nas equações a serem resolvidas, permitindo assim obter uma solução exata utilizando-se apenas das magnitudes das tensões.

O ângulo de fase das tensões é retirado das equações, pois, para os sistemas de distribuição, esta informação não é relevante para o estudo do nível das tensões. Além disso, a diferença angular entre as tensões complexas entre dois alimentadores das redes de distribuição tendem a não exceder alguns graus. O algoritmo deve ser aplicado às redes de distribuição radiais, sendo este capaz de solucionar tanto o fluxo de potência monofásico quanto o trifásico.

Este método também se baseia na realização de varreduras à frente e para trás. Na etapa para trás o método determina as cargas, ou potências, equivalentes em todas as barras do sistema, enquanto na etapa para frente são encontrados os novos valores das magnitudes das tensões nas barras. Estes passos são realizados até a obtenção da convergência.

Na etapa para trás (*backward sweep*), como dito anteriormente, são calculadas as injeções de potência equivalente em cada uma das barras do sistema, correspondendo à soma das cargas da própria barra, das cargas alimentadas pela barra e das perdas. Esta carga equivalente é calculada pelas seguintes fórmulas:

$$\left. \begin{aligned} P_k^{eq} &= P_k + \sum_{b \in B_k} P_b + \sum_{l \in D_k} P_l^{perdas} \\ Q_k^{eq} &= Q_k + \sum_{b \in B_k} Q_b + \sum_{l \in D_k} Q_l^{perdas} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Nas quais:

k é o número da barra, variando de 1 a NB;

P_k, Q_k são as cargas ativa e reativa da própria barra k , respectivamente;

P_b, Q_b são as cargas ativa e reativa alimentadas pela barra b , respectivamente;

$P_l^{perdas}, Q_l^{perdas}$ são as perdas ativa e reativa das linhas alimentadas pela barra k , respectivamente;

B_k é o conjunto das barras alimentadas pela barra k ;

D_k é o conjunto das linhas alimentadas pela barra k .

As perdas de potência ativa e reativa são dadas por:

$$\left. \begin{aligned} P_{km}^{perdas} &= r_{km} \cdot (P_m^2 + Q_m^2) / V_m^2 \\ Q_{km}^{perdas} &= x_{km} \cdot (P_m^2 + Q_m^2) / V_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Nas quais:

k e m são as barras terminais das linhas;

V_k, V_m são as magnitudes de tensão das barras k e m , respectivamente;

r_{km}, x_{km} são a resistência e a reatância da linha entre as barras k e m , respectivamente.

Após o cálculo das injeções de potência equivalente em todas as barras, inicia-se a varredura para frente (*forward sweep*), na qual os módulos das tensões nas barras são atualizados da barra fonte até as barras mais distantes pela resolução da seguinte equação:

$$V_m^4 + [2(r_{km}P_k^{eq} + x_{km}Q_k^{eq}) - V_k^2]V_m^2 + ((P_k^{eq})^2 + (Q_k^{eq})^2)(r_{km}^2 + x_{km}^2) = 0. (2.46)$$

A equação (2.46), apesar de ser de quarta ordem, possui solução simples e direta, além de não depender do ângulo de fase das tensões, simplificando a formulação do problema.

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados e descritos conceitos essenciais para a compreensão do trabalho desenvolvido. Inicialmente foi exposto o problema do fluxo de potência e a sua divisão em subsistemas. Enquanto o subsistema 2 tem solução direta, que se refere ao cálculo do fluxo de potência nas linhas, o subsistema 1, que está relacionado ao cálculo das tensões nas barras do sistema, exige aplicação de métodos iterativos.

Primeiramente foram apresentados métodos iterativos já consagrados e tradicionais para a obtenção das tensões nas barras do sistema, que são o Método de Newton-Raphson e suas variações desacopladas. Estes métodos apresentam boa robustez e rápida convergência, sendo mais aplicados a sistemas de transmissão. Contudo, principalmente o método Newton-Raphson tradicional, apresenta um custo computacional elevado devido ao cálculo da matriz Jacobiana a cada iteração realizada. Consequentemente, o método desacoplado rápido, que calcula a matriz Jacobiana somente uma vez no início do processo, é uma variação mais popular e eficiente.

Em seguida foram apresentados métodos de solução do fluxo de potência para redes de distribuição ao considerar estas redes com topologia somente radial. Foram apresentados os métodos escalonados, soma das correntes e soma das potências, sendo estes métodos conhecidos como métodos de varredura, ou *backward-forward sweep*, por realizarem varreduras para trás e para frente no sistema a fim de terminar os níveis de tensão das barras.

Estes métodos, desenvolvidos especificamente para redes radiais, apresentam menor custo computacional e são relativamente simples quando comparados aos métodos de Newton, devido à inexistência da matriz Jacobiana

nestas formulações. Destes, o método mais popular é o da soma das correntes, devido a sua boa convergência e robustez.

Dentre os métodos apresentados neste capítulo, no desenvolvimento deste trabalho será utilizado o método desacoplado rápido normalizado pelas suas tensões para a solução do fluxo de potência em redes de distribuição. Contudo, se utilizará a versão trifásica do método desacoplado rápido juntamente com a chamada normalização por unidade complexa, sendo estes dois últimos conceitos apresentados nos capítulos posteriores.

3 NORMALIZAÇÃO E MODELAGEM

3.1 SISTEMA POR UNIDADE

A normalização dos valores de parâmetros e variáveis é um procedimento padrão na realização de estudos envolvendo o sistema elétrico de potência. Os valores normalizados *por unidade* (*pu*) são definidos a partir da determinação de um valor base de tensão para cada patamar de tensão do sistema e de um valor base de potência para todo o sistema (GRAINGER; STEVENSON, 1994).

O sistema *por unidade* (*pu*) consiste na definição de valores de base para as grandezas, como tensão, corrente, impedância e etc., seguida da substituição das variáveis e constantes expressas no Sistema Internacional (SI) pelas suas relações com os valores de base pré-estabelecidos. Exemplificando simbolicamente tem-se:

$$G_{pu} = G/G_{base}. \quad (3.1)$$

Na qual G é a grandeza utilizada. Os cálculos são realizados no sistema *pu* e os resultados finais são convertidos para o SI.

Num sistema de energia, dadas as relações entre as unidades, só podem existir duas bases independentes, sendo elas definidas como a potência total trifásica (S_{base}), esta adotada para todo o sistema, e a tensão trifásica (V_{base}) num barramento determinado. A partir destes valores são definidas as tensões dos outros barramentos, assim como as bases de impedância (Z_{base}) e de corrente (I_{base}), estas últimas dadas por:

$$Z_{base} = (V_{base})^2/S_{base} \quad (3.2)$$

$$I_{base} = S_{base}/V_{base}. \quad (3.3)$$

Sendo que em um sistema com vários níveis de tensão, definidos pelos transformadores existentes, haverá uma base de tensão para cada nível. Assim, as bases de impedância e corrente também serão diferentes para cada patamar.

3.2 NORMALIZAÇÃO COMPLEXA

Enquanto na normalização *por unidade*, também chamada de normalização convencional, são utilizados somente valores reais para as bases do sistema, no procedimento de normalização complexa (*cpu*) a potência base do sistema é um valor complexo (DURCE et al., 2012), possuindo ângulo de defasagem (φ_{base}):

$$\dot{S}_{base} = |\dot{S}_{base}| \cdot e^{-j\varphi_{base}}. \quad (3.4)$$

Na qual S_{base} é a potência base, dada em VA, e φ_{base} é o ângulo base, em radianos.

O valor base de tensão continua como valor real:

$$\dot{V}_{base} = |\dot{V}_{base}| \cdot e^{-j0} = V_{base}. \quad (3.5)$$

Dessa forma, a impedância base (Z_{base}) será complexa, tendo o mesmo ângulo aplicado à potência base:

$$\dot{Z}_{base} = \frac{V_{base}^2}{(\dot{S}_{base})^*} = |\dot{Z}_{base}| \cdot e^{-j\varphi_{base}}. \quad (3.6)$$

Consequentemente a impedância normalizada de forma complexa (\dot{Z}_{cpu}) passa a ser:

$$\dot{Z}_{cpu} = \frac{R_{\Omega} + jX_{\Omega}}{\dot{Z}_{base}} = \frac{|\dot{Z}_{\Omega}| \cdot e^{j\theta}}{|\dot{Z}_{base}| \cdot e^{-j\varphi_{base}}} = |\dot{Z}_{pu}| \cdot e^{j(\theta + \varphi_{base})}. \quad (3.7)$$

Na qual R_{Ω} , X_{Ω} e Z_{Ω} são, respectivamente, a resistência, a reatância e a impedância, em ohms, \dot{Z}_{pu} é a impedância na base convencional (*pu*) e θ é o ângulo original da impedância.

Tem-se então que a normalização complexa não altera o módulo da impedância normalizada, visto que $|\dot{Z}_{pu}|$ é igual a $|\dot{Z}_{cpu}|$, a diferença entre \dot{Z}_{pu} e \dot{Z}_{cpu} está no ângulo da impedância que varia conforme φ_{base} .

Após a normalização pode-se separar a parte real e imaginária da impedância normalizada \dot{Z}_{cpu} , ou seja, determinar os valores de resistência (R_{cpu}) e reatância (X_{cpu}) normalizados, sendo:

$$R_{cpu} = |\dot{Z}_{cpu}| \cdot \cos(\theta + \varphi_{base}) \quad (3.8)$$

$$X_{cpu} = |\dot{Z}_{cpu}| \cdot \sin(\theta + \varphi_{base}). \quad (3.9)$$

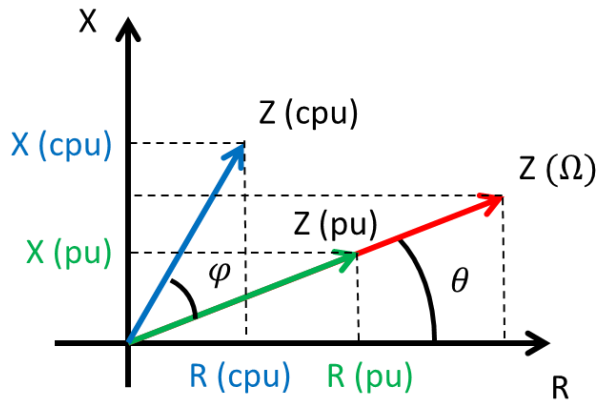
O que permite escrever:

$$\frac{X_{cpu}}{R_{cpu}} = \tan(\theta + \varphi_{base}). \quad (3.10)$$

Assim, fica evidente que a relação R/X passa a ser função do ângulo base (φ_{base}) escolhido. O controle desta relação através do ângulo base permite o ajuste da mesma para níveis adequados para a utilização do método desacoplado rápido para solução do fluxo de potência em redes de distribuição.

Este ajuste é facilmente observável pela (FIGURA 5). Após a aplicação da normalização complexa, tem-se que o valor obtido para R_{cpu} é menor do que R_{pu} , enquanto X_{cpu} passa a ser maior que X_{pu} , isto conseqüentemente modifica a relação R/X.

FIGURA 5 – EFEITO DA NORMALIZAÇÃO COMPLEXA.



FONTE: O autor (2016).

Para a normalização complexa poder ser adequadamente aplicada, também se faz necessária a normalização das injeções de potência. Os valores normalizados das potências (\dot{S}_{cpu}) são dados por:

$$\dot{S}_{cpu} = \frac{|\dot{S}_{VA}| \cdot e^{j\delta}}{|\dot{S}_{base}| \cdot e^{-j\varphi_{base}}} = |\dot{S}_{pu}| \cdot e^{j(\delta + \varphi_{base})} \quad (3.11)$$

sendo:

$$P_{cpu} = |\dot{S}_{cpu}| \cdot \cos(\delta + \varphi_{base}) \quad (3.12)$$

$$Q_{cpu} = |\dot{S}_{cpu}| \cdot \sin(\delta + \varphi_{base}) \quad (3.13)$$

na qual δ é o ângulo original da potência complexa, P_{cpu} é a injeção de potência ativa normalizada e Q_{cpu} é a injeção de potência reativa normalizada.

A normalização complexa também deve alterar o valor da corrente base (I_{base}):

$$\dot{I}_{base} = \frac{\dot{V}_{base}}{|\dot{Z}_{base}| \cdot e^{-j\varphi_{base}}} = |\dot{I}_{pu}| \cdot e^{j\varphi_{base}} \quad (3.14)$$

portanto:

$$\dot{I}_{cpu} = \frac{|\dot{I}_A| \cdot e^{j\beta}}{|\dot{I}_{base}| \cdot e^{j\varphi_{base}}} = |\dot{I}_{pu}| \cdot e^{j(\beta - \varphi_{base})} \quad (3.15)$$

na qual I_A é corrente em amperes e β é ângulo original da corrente, em radianos.

Da relação $\dot{S} = \dot{V} \cdot (\dot{I})^*$ e utilizando (3.11) e (3.15), tem-se:

$$\dot{V}_{cpu} = \frac{|\dot{S}_{cpu}| \cdot e^{j(\delta + \varphi_{base})}}{|\dot{I}_{cpu}| \cdot e^{-j(\beta - \varphi_{base})}} = |\dot{V}_{pu}| \cdot e^{j(\delta + \beta)} = \dot{V}_{pu}. \quad (3.16)$$

Da expressão (3.16) conclui-se que a normalização complexa não altera os valores das tensões nodais, que são as variáveis de estado do problema de cálculo do fluxo de potência. Dessa forma, a solução obtida é idêntica, independente do

ângulo base adotado. A normalização convencional pode, assim, ser entendida como um caso particular da normalização complexa, na qual o ângulo base é nulo.

A maior vantagem da aplicação da normalização complexa é o possível reajuste da relação R/X das linhas do sistema. Ao aplicar um ângulo base propício esta relação, que é elevada em redes de distribuição, pode ser trazida para níveis mais baixos e próximos do patamar típico das redes de transmissão, permitindo aplicação do método desacoplado rápido às redes de distribuição.

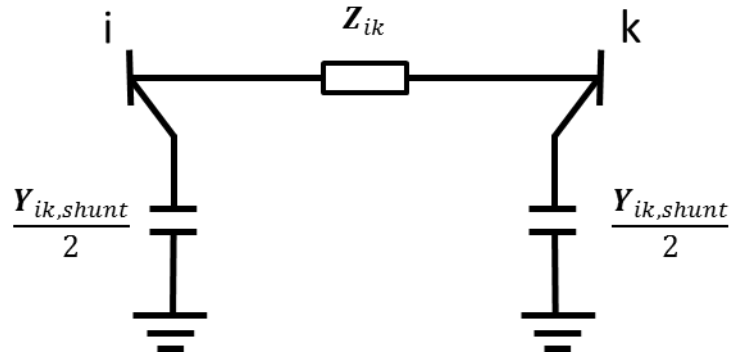
3.3 MODELAGEM TRIFÁSICA DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

O fluxo de potência trifásico, de forma geral, pode ser tratado como o fluxo de potência monofásico, a diferença entre ambos está na representação dos estados e elementos da rede. Cada barra passa a ter dois vetores com três elementos para representar o estado de suas fases, um vetor para os módulos e outro para os ângulos das tensões. Já na matriz de admitâncias (Y), cada elemento, antes monofásico, passa a ser representado por uma matriz de dimensão três por três, permitindo assim a representação das admitâncias próprias e mútuas das três fases.

Portanto, para que a montagem da matriz de admitâncias seja possível, uma linha de transmissão trifásica pode ser modelada por um conjunto de três linhas de transmissão em π , com acoplamento mútuo entre as parcelas série e *shunt* dos três circuitos (ARRILLAGA; HARKER, 1978). Isso é ilustrado pelas equações (3.17), (3.18) e pela Figura 6.

$$\mathbf{Z}_{ik} = \begin{bmatrix} Z_{ik}^{aa} & Z_{ik}^{ab} & Z_{ik}^{ac} \\ Z_{ik}^{ba} & Z_{ik}^{bb} & Z_{ik}^{bc} \\ Z_{ik}^{ca} & Z_{ik}^{cb} & Z_{ik}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{Y}_{ik,shunt} = \begin{bmatrix} Y_{ik,shunt}^{aa} & Y_{ik,shunt}^{ab} & Y_{ik,shunt}^{ac} \\ Y_{ik,shunt}^{ba} & Y_{ik,shunt}^{bb} & Y_{ik,shunt}^{bc} \\ Y_{ik,shunt}^{ca} & Y_{ik,shunt}^{cb} & Y_{ik,shunt}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

FIGURA 6 - REPRESENTAÇÃO DO MODELO π .

FONTE: Adaptado de Arrilaga e Harker (1978).

Nas quais:

Z_{ik} – matriz de impedância série do ramo entre as barras i e k ;

$Z_{ik}^{aa}, Z_{ik}^{bb}, Z_{ik}^{cc}$ – impedâncias série próprias das fases a, b e c;

$Z_{ik}^{ab}, \dots, Z_{ik}^{cb}$ – impedâncias mútuas entre as fases ab, ..., cb;

$Y_{ik,shunt}$ – matriz de admitância *shunt* do ramo entre as barras i e k ;

$Y_{ik,shunt}^{aa}, Y_{ik,shunt}^{bb}, Y_{ik,shunt}^{cc}$ – admitância *shunt* próprias das fases a, b e c;

$Y_{ik,shunt}^{ab}, \dots, Y_{ik,shunt}^{cb}$ – admitância *shunt* mútuas entre as fases ab,..., cb.

3.4 MODELAGEM TRIFÁSICA DOS TRANSFORMADORES

Os transformadores trifásicos podem, por simplificação, serem representados como a associação de três transformadores monofásicos idênticos. Assim, as submatrizes características utilizadas para a formação da matriz de admitâncias podem ser formadas conforme apresentado pela (TABELA 1) (CHEN *et al.*, 1991).

TABELA 1 - SUBMATRIZES CARACTERÍSTICAS DOS TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS MAIS USUAIS.

Conexão do transformador		Admitância própria		Admitância mútua	
Barra P	Barra S	Y_{PP}^{abc}	Y_{SS}^{abc}	Y_{PS}^{abc}	Y_{SP}^{abc}
Y-aterrado	Y-aterrado	Y_I	Y_I	$-Y_I$	$-Y_I$
Y-aterrado	Y	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y-aterrado	Delta	Y_I	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^t
Y	Y-aterrado	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Y	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Delta	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^t
Delta	Y-aterrado	Y_{II}	Y_I	Y_{III}^t	Y_{III}
Delta	Y	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}^t	Y_{III}
Delta	Delta	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$

FONTE: Chen *et al.* (1991).

Na qual:

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_T & 0 & 0 \\ 0 & y_T & 0 \\ 0 & 0 & y_T \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_T & -y_T & -y_T \\ -y_T & 2y_T & -y_T \\ -y_T & -y_T & 2y_T \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -y_T & y_T & 0 \\ 0 & -y_T & y_T \\ y_T & 0 & -y_T \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

onde y_T representa a admitância monofásica dos transformadores.

Caso o transformador possua relação de transformação $\alpha:\beta$ entre os enrolamentos primário e secundário, respectivamente, as submatrizes devem sofrer as seguintes modificações:

- Dividir a submatriz de admitâncias próprias do primário por α^2 ;
- Dividir a submatriz de admitâncias próprias do secundário por β^2 ;
- Dividir as submatrizes de admitâncias mútuas por $\alpha\beta$.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram expostos conceitos essenciais para a compreensão da normalização dos parâmetros e variáveis do problema, bem como para a modelagem de elementos do sistema elétrico associados à solução do problema de cálculo do fluxo de potência.

O processo de normalização é largamente utilizado na solução de problemas relacionados a sistemas de energia. Nesse sentido apresentou-se o conceito de normalização complexa, que incorpora um ângulo de rotação à sua base de potência. Faz-se notório o fato de que a utilização da normalização complexa não afeta os valores das variáveis de estado do sistema, e, dessa forma, pode-se considerar a normalização convencional como um caso particular da normalização complexa na qual o ângulo base é igual à zero.

Também foram apresentadas modelagens das linhas de transmissão e dos transformadores de forma trifásica, essenciais para a representação mais detalhada do sistema exigida para o cálculo do fluxo de potência trifásico apresentado na seção seguinte.

4 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO

Neste capítulo são apresentados diversos resumos de artigos em ordem cronológica que tratam da solução do fluxo de potência trifásico. Estes englobam diferentes técnicas de solução, tanto as tradicionais quanto híbridas. Este capítulo tem por objetivo dar uma visão mais ampla dos diversos métodos existentes.

Após a apresentação desta revisão bibliográfica, será apresentado o algoritmo trifásico proposto a ser utilizado juntamente com a normalização complexa neste trabalho.

4.1 ARTIGOS ESTUDADOS

A. Three Phase Load Flow Program (BIRT et al., 1976)

Pioneiros na solução do fluxo de potência trifásico, o artigo descreve um programa genérico para solução fluxo de potência trifásico considerando possíveis assimetrias no sistema, como linhas não transpostas e linhas monofásicas. A formulação do fluxo de potência e sua solução são feitas considerando dados de fase (A, B, C), apesar de alguns dados de entrada e saída serem apresentados em componentes simétricas.

O fluxo de potência trifásico é tratado de forma similar ao fluxo monofásico, sendo que cada elemento de tensão, potência e corrente são transformados em vetores com três elementos. Cada elemento da matriz de admitâncias é substituído por uma matriz de dimensão três por três, representando assim as admitâncias próprias e mútuas entre as três fases da linha.

As linhas de transmissão são representadas por suas admitâncias série e *shunt* ao utilizar o modelo π . Como a linha de transmissão é um elemento bilateral, as matrizes são simétricas. Para o caso de uma linha desbalanceada, todos os dados do triângulo superior da matriz de admitâncias serão diferentes, o que impede a utilização da transformação em componentes simétricas, justificando assim a utilização das componentes em fase. O acoplamento entre linhas paralelas também é representado tanto para a admitância série como para a *shunt*.

Transformadores são representados de forma mais detalhada do que nos programas monofásicos. No artigo são apresentadas diferentes modelagens para os tipos mais comuns de transformadores utilizados, porém ainda sem representação dos *taps*.

Para a análise trifásica das cargas, cada barra é considerada composta por três cargas monofásicas, podendo estas cargas estarem balanceadas ou desbalanceadas. Nas barras de carga procura-se solucionar a magnitude e ângulo da tensão para cada fase, conseqüentemente são necessárias seis equações de potência para cada barra, sendo três para as potências ativas e três para as potências reativas.

No caso das barras PV, estas são geralmente representadas como injeções de potência ativa e magnitude de tensão especificada no caso monofásico. Na extensão trifásica, os geradores são representados com três injeções de potência e três magnitudes de tensão.

O método utilizado para a solução do problema foi o Newton-Raphson completo, visto que este tem sido bem sucedido em solucionar o problema monofásico.

B. Fast-decoupled three-phase power flow (ARRILLAGA; HARKER, 1978)

Tendo como referência o método desacoplado rápido monofásico, o artigo apresenta as modificações necessárias para o caso trifásico. Investigações preliminares feitas pelos autores sobre a aplicação do método desacoplado rápido para a solução trifásica indicaram, inicialmente, resultados não animadores devido à representação mais detalhada do sistema, exigida pelo programa trifásico, impedindo a realização de simplificações no método trifásico que são consideradas no monofásico.

Contudo, estudos mais profundos sobre técnicas de acoplamento e representação de componentes trifásicos indicaram que, com modificações mais apropriadas, o método desacoplado rápido pode ser aplicado a sistemas trifásicos, mantendo características similares ao método monofásico.

As linhas de transmissão são modeladas como três circuitos π com acoplamento mútuo entre os elementos série e *shunt* dos três circuitos. Os efeitos causados pelos condutores na terra e a influência de suas corrente são incluídos nas reatâncias próprias e mútuas dos condutores de fase.

Os transformadores trifásicos são representados como associação de três transformadores monofásicos idênticos. A modelagem apresentada é capaz de considerar *taps* fora do nominal e transformadores defasadores.

As máquinas síncronas são representadas pela sua impedância que conecta uma barra interna fictícia de tensões trifásicas balanceadas à sua barra de saída para o sistema. As tensões terminais são utilizadas para controlar as tensões internas equilibradas de acordo com algumas relações pré-especificadas pelo regulador de tensão associado à máquina.

Para a solução do sistema pelo método desacoplado rápido, são apresentadas as equações de injeção de potência ativa e reativa do sistema para cada uma das fases em cada barra de carga. Já para as barras conectadas a máquinas síncronas, somente duas equações são necessárias para a magnitude e ângulo de tensão desconhecidos.

Ao final do artigo os autores concluem que a convergência do método desacoplado rápido trifásico é similar ao caso monofásico para redes balanceadas, e que a inclusão da modelagem dos geradores e reguladores de tensão não alteram significativamente a convergência, que é obtida mesmo em casos de extremo desequilíbrio.

C. Power Flow Analysis of Unbalanced Multiphase Radial Distribution Systems (BROADWATER et al., 1988)

O artigo é pioneiro em tratar o fluxo de potência trifásico utilizando método da varredura *backward/forward*. Este é desenvolvido para redes de distribuição radiais multifásicas desbalanceadas. Para tanto, os autores consideram as três fases do sistema como três circuitos desacoplados, nos quais as impedâncias mútuas entre as fases são representadas como fontes de tensão dependentes da corrente das outras fases.

Cada iteração do processo é dividida em uma etapa *backward* (reversa, ou para trás) e uma etapa *forward* (para frente) para cada uma das fases. As cargas do sistema e suas perdas são determinadas para cada barra, seção e fase das linhas durante o processo *backward*. Já as tensões e as fontes de tensão dependentes das correntes são determinadas no processo *forward* utilizando as equações (4.1), (4.2) e (4.3):

$$D = \frac{-B + (B^2 - 4AC)^{1/2}}{2A} \quad (4.1)$$

$$|V_k| = D^{1/2} \quad (4.2)$$

$$\delta_k = \delta_i + \psi_{ik} + \tan^{-1} \left[\frac{Q_k - B_{ki}|V_k|^2}{P_k + G_{ki}|V_k|^2} \right]. \quad (4.3)$$

Nas quais:

P_k e Q_k são as injeções de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra k ;

δ_k e δ_i são os ângulos das tensões das barras k e i , respectivamente;

$Y_{ki} = G_{ki} + jB_{ki} = |Y_{ki}| \angle \psi_{ki}$ é o elemento da matriz admitância entre as barras k e i ;

$$A = G_{ki}^2 + B_{ki}^2;$$

$$B = 2G_{ki}P_k - 2B_{ki}Q_k - |Y_{ki}|^2|V_i|^2; \text{ e,}$$

$$C = P_k^2 + Q_k^2.$$

O desenvolvimento das equações acima se baseia no método das somas das potências. Uma das vantagens apresentadas pelos autores é o fato do algoritmo convergir mesmo com carga pesada em redes desbalanceadas, com o mesmo custo computacional que outros métodos da época.

D. Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems - (ZIMMERMAN; CHIANG, 1995)

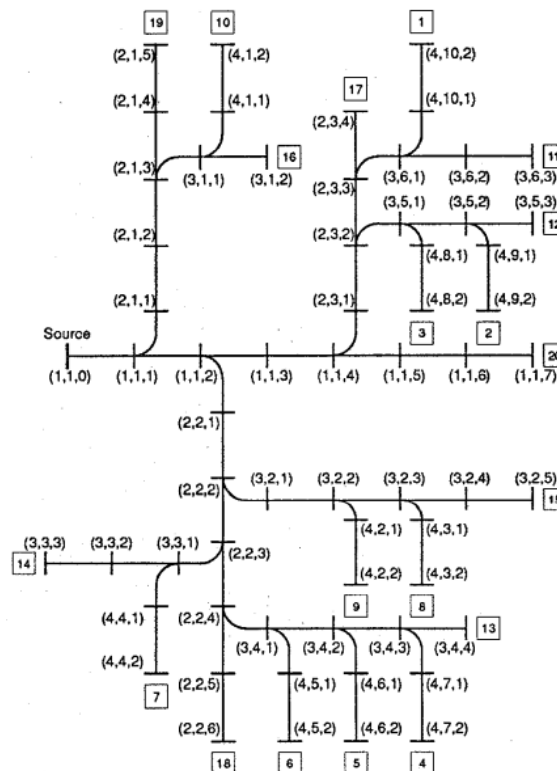
Procurando reduzir o número de equações, incógnitas e estrutura numérica do método desacoplado rápido para solução do fluxo de potência trifásico em grandes redes de distribuição desbalanceadas, os autores desenvolvem uma

formulação matemática e algoritmo que exploram a estrutura topológica radial desses sistemas.

A abordagem utilizada se baseia no fato de que, dadas as tensões e corrente ao final de um alimentador de uma rede de distribuição e as correntes injetadas em cada ramificação, é possível determinar todas as tensões e correntes do alimentador. Como a corrente ao final do alimentador é zero, a tensão final pode ser assumida como incógnita e como a tensão na fonte de energia é especificada, tem-se uma condição de contorno que pode ser utilizada para calcular os desvios de tensão.

Para tanto, inicialmente é reformulada a indexação das barras do sistema para facilitar a utilização da formulação matemática. O sistema radial pode ser visto como um alimentador principal com ramificações, cada uma destas ramificações pode conter mais subramificações e assim por diante. Consequentemente, é definido como o nível da ramificação i como o número de divisões que precisam ser passadas do fim da ramificação i até a fonte. Por exemplo, o alimentador seria nível 1 (l), as suas ramificações nível 2 (m) e as suas subramificações nível 3 (n), como é visível na (FIGURA 7).

FIGURA 7 - EXEMPLO DE INDEXAÇÃO DO SISTEMA.



FONTE: Zimmerman e Chiang (1995).

Para simplificação, k é utilizado ao invés de (l, m, n) nas fórmulas. Um dos principais conceitos da formulação utilizada pelos autores é que a tensão e corrente em uma barra podem ser expressas como função da tensão e corrente da barra seguinte, o que permite escrever:

$$w_k = \begin{bmatrix} V_k \\ I_{k+1} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

E a função de atualização dos ramos é:

$$w_{k-1} = g_k(w_k). \quad (4.5)$$

Na qual w_k é um vetor 12x1 contendo as partes reais e imaginárias das tensões e correntes da barra k . A função g_k é determinada pelas subramificações existentes na barra k assim como pelos modelos adotados para linhas de distribuição, chaves, transformadores, capacitores *shunt* e geração distribuída.

Da tensão V_k é possível calcular as correntes injetadas pelas cargas, capacitores *shunt* e geração distribuída. Dado I_{k+1} e as correntes I_j injetadas nas subramificações da barra k , utilizando a Lei dos Nós de Kirchoff pode-se calcular I_k . Assim, para cada barra k , é possível expressar a tensão e corrente na barra $k - 1$ como função da tensão e corrente da barra k .

Começando com w_n é possível aplicar a propriedade (4.5) até chegar em w_0 :

$$\begin{aligned} w_{n-1} &= g_n(w_n) = g_n\left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix}\right) \\ w_{n-2} &= g_{n-1}(w_{n-1}) = g_{n-1} \cdot g_n\left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix}\right) \\ &\vdots \\ w_0 &= \begin{bmatrix} V_0 \\ I_1 \end{bmatrix} = g_1(w_1) = g_1 \cdot g_2 \cdot \dots \cdot g_{n-1} \cdot g_n\left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix}\right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para chegar à solução, a diferença entre o valor especificado de tensão na barra de origem (\bar{V}_0) e o valor calculado ($\tilde{V}_0 = g_1 \cdot g_2 \cdot \dots \cdot g_{n-1} \cdot g_n$) deve ser igual à zero, assim as equações de fluxo de potência podem ser escritos como:

$$f(V_n) = \tilde{V}_0(V_n) - \bar{V}_0 = 0. \quad (4.7)$$

Como a tensão é um vetor com três elementos, cada um destes com parte real e imaginária, tem-se que esta equação é equivalente a seis equações reais em seis variáveis reais, independente do número de barras do alimentador.

A matriz jacobiana de f pode ser expressa usando a regra da cadeia e as jacobianas de ramo. A jacobiana de ramo (G_k) para o ramo da barra k é:

$$G_k = \frac{\partial g_k}{\partial w_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{k-1}}{\partial V_k} & \frac{\partial V_{k-1}}{\partial I_{k+1}} \\ \frac{\partial I_k}{\partial V_k} & \frac{\partial I_k}{\partial I_{k+1}} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Assumindo que todas as equações possuem suas partes reais e imaginárias separadas e que todas as linhas do sistema sejam trifásicas, para um sistema com m laterais, o sistema a ser resolvido é um conjunto de $6m$ equações não lineares com $6m$ incógnitas reais. O sistema pode então ser resolvido utilizando o método tradicional de Newton-Raphson, ou o método desacoplado rápido ao tornar a parcela $\partial I_k / \partial V_k$ da jacobiana igual a zero.

Consequentemente, segundo os autores, o método envolve número reduzido de equações e incógnitas proporcional ao número de ramificações ao invés do número de barras do sistema, sendo ele capaz de solucionar problemas trifásicos desbalanceados. O método apresentado é significativamente mais rápido que o método de Newton-Raphson e mais eficiente que o método de varredura, porém ele se restringe a sistemas radiais com uma barra com tensão regulada tratada como fonte.

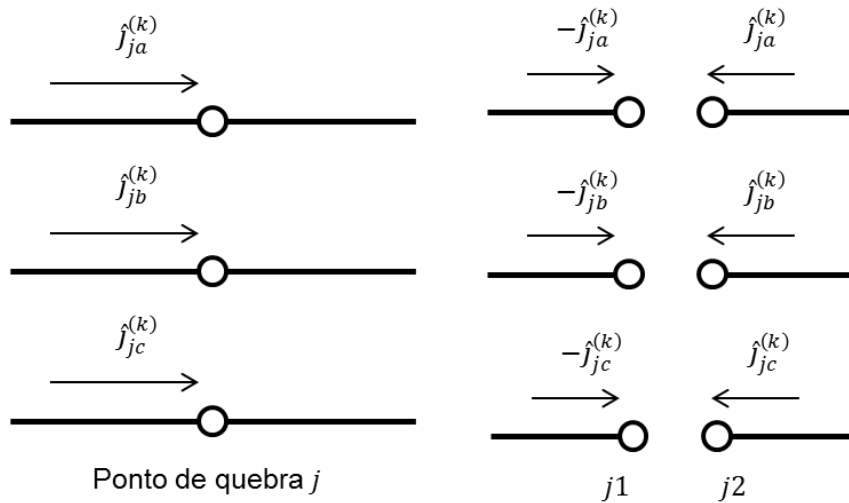
E. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis (CHENG; SHIRMOHARMMADI, 1995)

Neste artigo os autores apresentam de forma detalhada o algoritmo para solução do fluxo de potência trifásico pelo método da varredura, sendo basicamente uma continuação do artigo anterior, apresentado por Shirmoharmmadi et al. (1988).

Para tanto, inicialmente cada ramo l tem sua impedância série representada por uma matriz de dimensão três por três, permitindo assim a representação das impedâncias próprias e mútuas dos ramos. Caso alguma fase do ramo não exista, os elementos correspondentes a esta fase são iguais à zero. O mesmo conceito se aplica a matriz de admitâncias *shunt* $Y_{sh,l}$. Sendo esta a principal diferença para o método apresentado neste documento na seção 2.4.2.

Em caso de sistemas fracamente malhados, os ramos que fecham malhas precisam ser divididos em dois pontos de quebra, nos quais são injetadas correntes de mesmo módulo, mas sentidos contrários. Estas são calculadas utilizando o método de compensação e a matriz impedância de quebra do ramo, esta técnica é baseada no Circuito Equivalente de Thevenin, sendo ela aplicada para cada uma das três fases do ramo. Isto é representado pela (FIGURA 8).

FIGURA 8 - PONTO DE QUEBRA TRIFÁSICO.



FONTE: Adaptado de Cheng e Shirmohammadi (1995).

Cada ponto de quebra j é dividido em dois pontos de quebra $j1$ e $j2$, as correntes injetadas nestes novos nós são calculadas fora dos passos para a solução do fluxo de potência, sendo as correntes dadas por, na iteração μ :

$$\begin{bmatrix} I_{j1a} \\ I_{j1b} \\ I_{j1c} \end{bmatrix}^{(\mu)} = - \begin{bmatrix} \hat{j}_{ja} \\ \hat{j}_{jb} \\ \hat{j}_{jc} \end{bmatrix}^{(\mu)} \text{ e } \begin{bmatrix} I_{j2a} \\ I_{j2b} \\ I_{j2c} \end{bmatrix}^{(\mu)} = \begin{bmatrix} \hat{j}_{ja} \\ \hat{j}_{jb} \\ \hat{j}_{jc} \end{bmatrix}^{(\mu)}. \quad (4.9)$$

O artigo também explica o tratamento que deve ser aplicado para barras do tipo *PV* de modo a manter a magnitude de tensão igual ao valor especificado. Isto é feito visando o aumento da geração distribuída com controle de tensão na rede. Para tanto, deve-se encontrar a injeção de corrente (I_q) necessária para manter $|V|$ próximo ao valor especificado em cada barra *PV*, porém, como a relação entre I_q e $|V|$ não é linear, a corrente I_q só pode ser determinada via processo iterativo.

Este processo ocorre na sequência positiva da tensão dos geradores, permitindo a adequada representação do mecanismo de regulação automática de tensão (AVR) da unidade geradora. A relação incremental entre a magnitude de tensão de sequência positiva dos geradores e a injeção de corrente positiva reativa (I_q) é expressa por:

$$[Z_V][I_q]^{(y)} = [\Delta V]^{(y)}. \quad (4.10)$$

Na qual $[Z_V]$ é uma matriz de constantes reais, chamada de matriz de sensibilidade nodal *PV*, possuindo dimensão igual ao número de nós *PV*. A coluna j desta matriz pode ser determinada aplicando $I_j = \{0,1\}$ ao nó j com todas as cargas e fontes removidas, resolvendo então a rede de sequência positiva com uma varredura para trás e para frente para a variação das magnitudes de tensão das barras *PV*.

Segundo os autores, o método proposto é capaz de encontrar a solução para sistemas com barras *PV*, redes assimétricas, cargas desbalanceadas e com banco de capacitores para regulação de tensão. O método é robusto e eficiente, consequentemente é também adequado para a análise de sistemas de distribuição de grande porte em tempo real.

F. Fast three phase load flow methods (ZHANG, 1996)

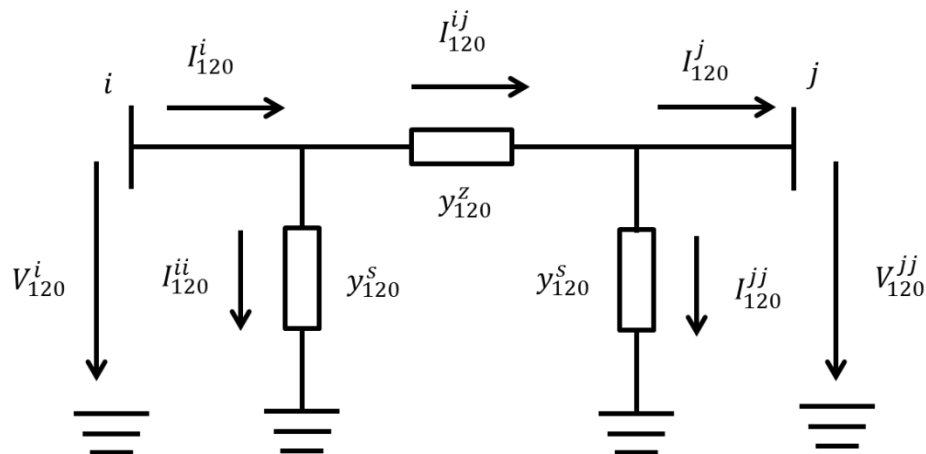
O artigo apresenta dois novos métodos de solução do problema de fluxo de potência trifásico. O autor os chama de *Sequence Decoupling-Compensation Newton-Raphson* (SDCNR) e *Sequence Decoupling-Compensation Fast-Decoupled*

(SDCFD), que se baseiam no desacoplamento entre as componentes simétricas positiva, negativa e zero do sistema.

A assimetria das redes impede o desacoplamento em sistemas independentes das sequências positiva, negativa e zero. Isso ocorre porque as impedâncias mútuas entre as fases a-b-c do sistema são diferentes entre si em redes assimétricas, consequentemente a maioria dos modelos matemáticos utilizados para a representação do sistema elétrico utilizam as componentes de fase a-b-c. Contudo, com a utilização da representação em sequência de fase das linhas de transmissão, não é mais possível utilizar a representação em componentes simétricas de outros componentes da rede, como geradores, transformadores e linhas simétricas, sendo esta a maior desvantagem da utilização da sequência de fase.

Visando solucionar este problema, o artigo apresenta a modelagem das linhas assimétricas utilizando o modelo de compensação do desacoplamento em sequências simétricas das linhas. Inicialmente, o modelo de linhas de transmissão assimétricas em componentes simétricas pode ser obtido diretamente ao transformar a representação por componentes de fase em componentes simétricas pela matriz de transformação de Fortescue. A indicação das componentes simétricas é dada pela numeração 120, na qual 1 indica a sequência positiva, 2 a sequência negativa e 0 a sequência zero. O modelo de linha é representado pela (FIGURA 9).

FIGURA 9 - MODELO DE LINHA POR SEQUÊNCIA SIMÉTRICA.



FONTE: Adaptado de Zhang (1996).

Na qual:

V_{120}^i e V_{120}^j – tensões em componentes simétricas das barras i e j , respectivamente;

I_{120}^{ij} – corrente circulante em componentes simétricas entre as barras i e j ;

y_{120}^z – impedância série em componentes simétricas da linha $i - j$;

y_{120}^s – impedância shunt em componentes simétricas da linha $i - j$;

I_{120}^{ii} e I_{120}^{jj} – correntes *shunt* em componentes simétricas das barras i e j , respectivamente.

Da (FIGURA 9), obtém-se:

$$\begin{aligned} y_{120}^z (V_{120}^i - V_{120}^j) &= I_{120}^{ij} \\ y_{120}^s V_{120}^i &= I_{120}^{ii} \\ y_{120}^s V_{120}^j &= I_{120}^{jj}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Segundo os autores, estas podem ser expandidas em:

$$y_{mm}^z (V_m^i(k+1) - V_m^j(k+1)) = I_m^{ij}(k+1) - \Delta I_m^{ij}(k+1) \quad (4.12)$$

$$\Delta I_m^{ij}(k+1) \approx y_{ml}^z (V_l^i(k) - V_l^j(k)) + y_{mn}^z (V_n^i(k) - V_n^j(k)) \quad (4.13)$$

$$y_{mm}^s V_m^i(k+1) = I_m^{ii}(k+1) - \Delta I_m^{ii}(k+1) \quad (4.14)$$

$$\Delta I_m^{ii}(k+1) \approx y_{ml}^s V_l^i(k) + y_{mn}^s V_n^i(k) \quad (4.15)$$

$$y_{mm}^s V_m^j(k+1) = I_m^{jj}(k+1) - \Delta I_m^{jj}(k+1) \quad (4.16)$$

$$\Delta I_m^{jj}(k+1) \approx y_{ml}^s V_l^j(k) + y_{mn}^s V_n^j(k). \quad (4.17)$$

Nas quais:

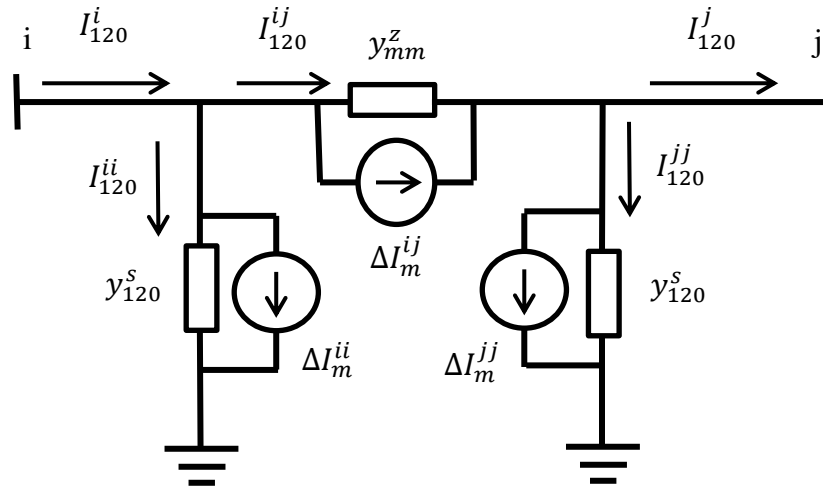
k é o número da iteração;

$m, l, n = 1, 2, 0$ respectivamente representando as sequências positiva, negativa e zero.

As injeções de corrente compensatórias para o desacoplamento entre os sistemas das diferentes sequências é representado pela (FIGURA 10) e definido como, com $m = 1, 2, 0$:

$$\begin{aligned}\Delta I_m^i(k+1) &= -\Delta I_m^{ii}(k+1) - \Delta I_m^{ij}(k+1) \\ \Delta I_m^j(k+1) &= -\Delta I_m^{jj}(k+1) - \Delta I_m^{ij}(k+1).\end{aligned}\tag{4.18}$$

FIGURA 10 – CORRENTES DE COMPENSAÇÃO DO DESACOPLAMENTO ENTRE LINHAS ASSIMÉTRICAS.



FONTE: Adaptado de Zhang (1996).

Para que seja possível combinar estas equações aos modelos de fluxo de potência convencionais, as injeções de corrente compensatórias devem ser incluídas no sistema de sequência positiva como injeções de potência, para tanto são utilizadas as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\Delta S_l^i(k+1) &\approx \Delta V_l^i(k) \Delta I_l^{i*}(k+1) \\ \Delta S_l^j(k+1) &\approx \Delta V_l^j(k) \Delta I_l^{j*}(k+1).\end{aligned}\tag{4.19}$$

A combinação das equações (4.12) até (4.19) permite a utilização dos métodos propostos pelos autores. O método consiste em separar o sistema assimétrico em suas componentes simétricas, após a separação o sistema é resolvido para o sistema de sequência positiva pelo método Newton-Raphson ou desacoplado rápido e os estados das sequências negativa e zero são então obtidas com equações de equivalência.

Para o método de Newton-Raphson com desacoplamento de sequências compensatórias (SDCNR) tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_1 \Delta \mathbf{V}_1 &= \Delta \mathbf{S}_1 \\
\mathbf{Y}_2 \Delta \mathbf{V}_2 &= \Delta \mathbf{I}_2 \\
\mathbf{Y}_0 \Delta \mathbf{V}_0 &= \Delta \mathbf{I}_0.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Nas quais:

\mathbf{J}_1 é a matriz jacobiana da sequência positiva;

$\Delta \mathbf{V}_1$ é o vetor com os erros das tensões de sequência positiva;

$\Delta \mathbf{S}_1$ é vetor dos desvios de potência de sequência positiva, ao qual as potências compensatórias das equações (4.19) devem ser incluídas; e,

\mathbf{Y}_2 e \mathbf{Y}_0 são as diagonais das matrizes primitivas de \mathbf{y}_{120} referentes as sequências negativa e zero.

Já para o método desacoplado rápido (SDCFD), temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}'_1 |\mathbf{V}_1| \Delta \theta_1 &= \Delta \mathbf{P}_1 / |\mathbf{V}_1| \\
\mathbf{B}''_1 \Delta |\mathbf{V}_1| &= \Delta \mathbf{Q}_1 / |\mathbf{V}_1| \\
\mathbf{Y}_2 \Delta \mathbf{V}_2 &= \Delta \mathbf{I}_2 \\
\mathbf{Y}_0 \Delta \mathbf{V}_0 &= \Delta \mathbf{I}_0.
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Nas quais:

\mathbf{B}'_1 e \mathbf{B}''_1 são as matrizes susceptância de sequência positiva;

$\Delta \theta_1$ e $\Delta |\mathbf{V}_1|$ são os vetores dos erros de sequência positiva dos ângulos e magnitudes de tensão, respectivamente; e,

$\Delta \mathbf{P}_1$ e $\Delta \mathbf{Q}_1$ são os vetores dos desvios de potência ativa e reativa, respectivamente, da sequência positiva, nas quais as potências compensatórias devem ser inseridas.

Segundo os autores os métodos apresentados possuem alta velocidade, alta precisão, convergência confiável e são adequáveis ao processamento paralelo. Os métodos são simples de serem implementados, visto que rotinas já existentes para métodos monofásicos podem ser adequados para a solução da sequência positiva, obtendo-se facilmente as de sequência negativa e zero pelas equações de equivalência, e que a velocidade e alocação de memória são proporcionais ao tamanho do sistema.

G. Three-phase distribution network fast-decoupled power flow solutions (LIN; TENG, 2000)

O artigo apresenta um novo método para solução do fluxo de potência trifásico em linhas de distribuição baseando-se no modelo equivalente de injeção de correntes e no método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares.

O método de Newton-Raphson baseado nas injeções de potência pode ter suas equações escritas das seguintes formas:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial e} & \frac{\partial P}{\partial f} \\ \frac{\partial Q}{\partial e} & \frac{\partial Q}{\partial f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Sendo (4.22) o sistema descrito em coordenadas polares e (4.23) descrito em coordenadas retangulares, na qual e e f são as parcelas reais e imaginárias da tensão V , respectivamente, e J a matriz jacobina associada. A matriz jacobiana mais utilizada é em forma polar, sendo uma matriz não simétrica e dependente dos estados V e θ do sistema.

A proposta do artigo consiste em utilizar as injeções de correntes equivalentes, assim, ao invés de utilizar os desvios de potência, são utilizados os desvios de corrente para o cálculo dos estados do sistema. Para tanto, as injeções potências ativa e reativa precisam ser escritas em seus equivalentes de corrente, para a barra k na iteração i , as correntes injetadas são:

$$I_k^{sp-eqv} = \left(\frac{(P_k + jQ_k)^{sp}}{V_k^i} \right)^* = \text{Re}(I_k^{sp-eqv}) + j\text{Im}(I_k^{sp-eqv}). \quad (4.24)$$

Assim, o sistema de equações a ser resolvido pelo método é:

$$\begin{bmatrix} \Delta I^r \\ \Delta I^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I^r}{\partial e} & \frac{\partial I^r}{\partial f} \\ \frac{\partial I^i}{\partial e} & \frac{\partial I^i}{\partial f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Nas quais:

I_k^{sp-eqv} é a corrente equivalente especificada na barra k ;

$(P_k + jQ_k)^{sp}$ são as injeções de potência ativa e reativa especificadas na barra k ;

$$\Delta I = I^{sp-eqv} - I^{cal} = \Delta I^r + j\Delta I^i;$$

$$\Delta V = \Delta e + j\Delta f;$$

I^{cal} é calculado pela queda de tensão entre cada barra e fase por $I^{cal} = y_{km} \cdot (V_i - V_k)$, sendo $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$.

Ao se calcular a matriz jacobiana para um sistema, ao se arranjar os termos o sistema a ser resolvido passa a ser:

$$\begin{bmatrix} \Delta I^r \\ \Delta I^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Sendo este sistema utilizado para a solução pelo método Newton-Raphson. Para a utilização do método desacoplado rápido são ignoradas as matrizes fora da diagonal principal da equação (4.26), visto que para sistemas de distribuição de baixa tensão $g > b$, assim as equações utilizadas são:

$$\begin{aligned} \Delta I^r &= G\Delta e \\ \Delta I^i &= G\Delta f. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Os métodos baseados nas injeções equivalentes de corrente possuem matrizes jacobinas constantes ao longo do processo iterativo, visto que esta não é dependente das variáveis de estado, tornando assim o método robusto e geralmente mais rápido. Segundo os autores, o método desacoplado rápido com injeções de corrente é mais eficiente em redes com altas relações r/x .

H. Three-phase asymmetrical load-flow (STREZOSKI; TRPEZANOVSKI, 2000)

O artigo apresenta modificações a serem incluídas no cálculo do fluxo de potência assimétrico em componentes simétricas para que este seja mais rápido e robusto principalmente em redes assimétricas com potências desbalanceadas.

A primeira das dificuldades a ser abordada é a representação de transformadores trifásicos defasadores em componentes simétricas, este não possui representação quando a rede é assimétrica. Este problema é solucionado com a aplicação do *New Scaling Concept* (Novo conceito de escala). A aplicação deste conceito permite a eliminação de todas as defasagens de fase dos sistemas de potência nas componentes simétricas.

O próximo problema apontado é a classificação dos tipos de barras presentes no fluxo de potência trifásico, vista pelos autores como incompleta. Para eles a classificação em barras $V\theta$, PV e PQ não contém todas as informações necessárias para o fluxo de potência no domínio das componentes simétricas, pois não permitem o tratamento adequado dos limites de injeção de potência reativa nas barras PV .

Essa classificação tradicional é tida como não adequada, pois, quando é atingido o limite de injeção de potência reativa em uma das fases de uma barra PV , todas as fases da barra são convertidas para manter a injeção de potência ativa e reativa fixas, ou seja, a barra é convertida para o tipo PQ , sendo que não necessariamente as outras fases também atingiram o limite. No artigo os autores propõem a modificação destas definições, apresentando a seguinte reformulação:

- Barras $P_{\Sigma}V$: é uma barra na qual a injeção de potência ativa trifásica (P_{Σ}) e a lei de controle do regulador de tensão são especificados. Nela três pares de magnitudes e ângulos das tensões, assim como as injeções de potência ativa e reativa são as variáveis. Em contraste com a definição tradicional, as barras de alta tensão de transformadores elevadores são consideradas como sendo do tipo $P_{\Sigma}V$.

- Barras $V\theta$: é a barra de folga na qual o ângulo de uma das tensões e a lei de controle de tensão do gerador são especificados. Três magnitudes e dois ângulos de tensão, juntamente com as injeções de potência ativa e reativa são as incógnitas. Ao contrário de outras definições, esta não é a barra do gerador, mas sim a barra de alta tensão do transformador elevador do gerador.
- Barras $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$: é uma barra na qual os valores das potências trifásicas injetadas ativas e reativas são especificadas (soma das injeções ativas e reativas). Os valores de três pares de magnitude e ângulo de tensão, assim como três pares de injeção de potência ativa e reativa são incógnitas. É um novo tipo de barra proposto, que permite o tratamento mais rígido dos limites de injeção de potência reativa.
- Barras PQ : são barras nas quais são especificadas injeções de potência ativa e reativa de cada uma das fases da barra. Nela as incógnitas são os três pares de magnitude e ângulo das tensões.

O terceiro ponto proposto pelo artigo é a sintetização dos geradores e seus transformadores elevadores de tensão em uma única barra, isto permite a aplicação de soluções já encontradas, para a solução do fluxo de potência trifásico balanceado, ao sistema desbalanceado em componentes simétricas. Após as mudanças propostas o sistema é resolvido pelos métodos Newton-Raphson e desacoplado rápido.

Os autores concluem que com as modificações propostas foram obtidas maior eficiência na solução do fluxo de potência trifásico desbalanceado com o sistema representado em componentes simétricas, redução no tempo de processamento e aumento da robustez quando comparados com outros métodos já existentes para sistemas assimétricos.

I. Three-Phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method (GARCIA et al., 2000)

Neste artigo os autores apresentam uma formulação para solução do fluxo de potência trifásico utilizando o método de Newton-Raphson juntamente com a

representação dos desvios por injeção de corrente. Estas são escritas em coordenadas retangulares, resultando em um sistema com $6n$ equações, na qual n é o número de barras do sistema.

Inicialmente os desvios das injeções de potência especificadas são reescritas em injeções de corrente utilizando a seguinte equação:

$$\Delta I_k^s = \frac{(P_k^{sp})^s - j(Q_k^{sp})^s}{(E_k^s)^*} - \sum_{i \in \Omega_k} \sum_{t \in \alpha_p} Y_{ki}^{st} E_i^t. \quad (4.28)$$

Na qual:

$s, t \in \alpha_p$;

$\alpha_p = \{a, b, c\}$, sendo estas as fases do sistema trifásico;

$k = \{1, 2, \dots, n\}$, n é o número total de barras;

Ω_k é o conjunto de barras conectadas a barra k ;

$E_k = V_{r_k} + jV_{m_k}$, é a tensão na barra k , sendo V_{r_k} e V_{m_k} suas parcelas reais e imaginárias em coordenadas retangulares, respectivamente;

$Y_{ki}^{st} = G_{ki}^{st} + jB_{ki}^{st}$, é a matriz de admitâncias nodais de barra;

P_k^{sp} e Q_k^{sp} são as injeções de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente.

A equação (4.28) pode ter suas parcelas reais e imaginárias separadas, chegando a:

$$\Delta I_{r_k}^s = \frac{(P_k^{sp})^s V_{r_k}^s + (Q_k^{sp})^s V_{m_k}^s}{\underbrace{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2}_{(I_{r_k}^{sp})^s}} - \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} V_{r_i}^t - B_{ki}^{st} V_{m_i}^t)}_{(I_{r_k}^{calc})^s} \quad (4.29)$$

$$\Delta I_{m_k}^s = \frac{(P_k^{sp})^s V_{m_k}^s - (Q_k^{sp})^s V_{r_k}^s}{\underbrace{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2}_{(I_{m_k}^{sp})^s}} - \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} V_{m_i}^t - B_{ki}^{st} V_{r_i}^t)}_{(I_{m_k}^{calc})^s}. \quad (4.30)$$

Assim, ao aplicar o método de Newton-Raphson às equações (4.29) e (4.30), na formação da matriz jacobiana os elementos fora da diagonal principal são idênticos aos elementos correspondentes da matriz de admitâncias. Como o sistema

é trifásico e é representado em coordenadas retangulares, cada elemento é uma matriz 6x6 com a seguinte estrutura:

$$Y_{im}^{abc} = \begin{bmatrix} B_{im}^{abc} & G_{im}^{abc} \\ G_{im}^{abc} & -B_{im}^{abc} \end{bmatrix} \text{ com } i, m = 1, 2, \dots, n. \quad (4.31)$$

Os elementos da diagonal sofrem pequenas modificações, sendo afetados por diferentes coeficientes apresentados no apêndice do artigo. Estes elementos são recalculados a cada iteração. A variável atualizada a cada iteração é a tensão das barras, tanto a parcela real quando imaginária.

O método proposto foi testado em sistemas de distribuição trifásicos balanceados e desbalanceados, os resultados apresentados demonstraram que o método é robusto e converge em menos iterações que o método de varredura *backward/forward* para sistemas altamente carregados.

Um fato interessante sobre a metodologia proposta é que a estrutura da matriz jacobina é idêntica a da matriz de admitâncias, retendo assim as suas propriedades de esparsidade. Além disso, o número de elementos que precisam ser recalculados entre as iterações é pequeno, sendo que, para sistemas radiais sem geração distribuída, a matriz jacobiana é mantida constante ao longo do processo iterativo.

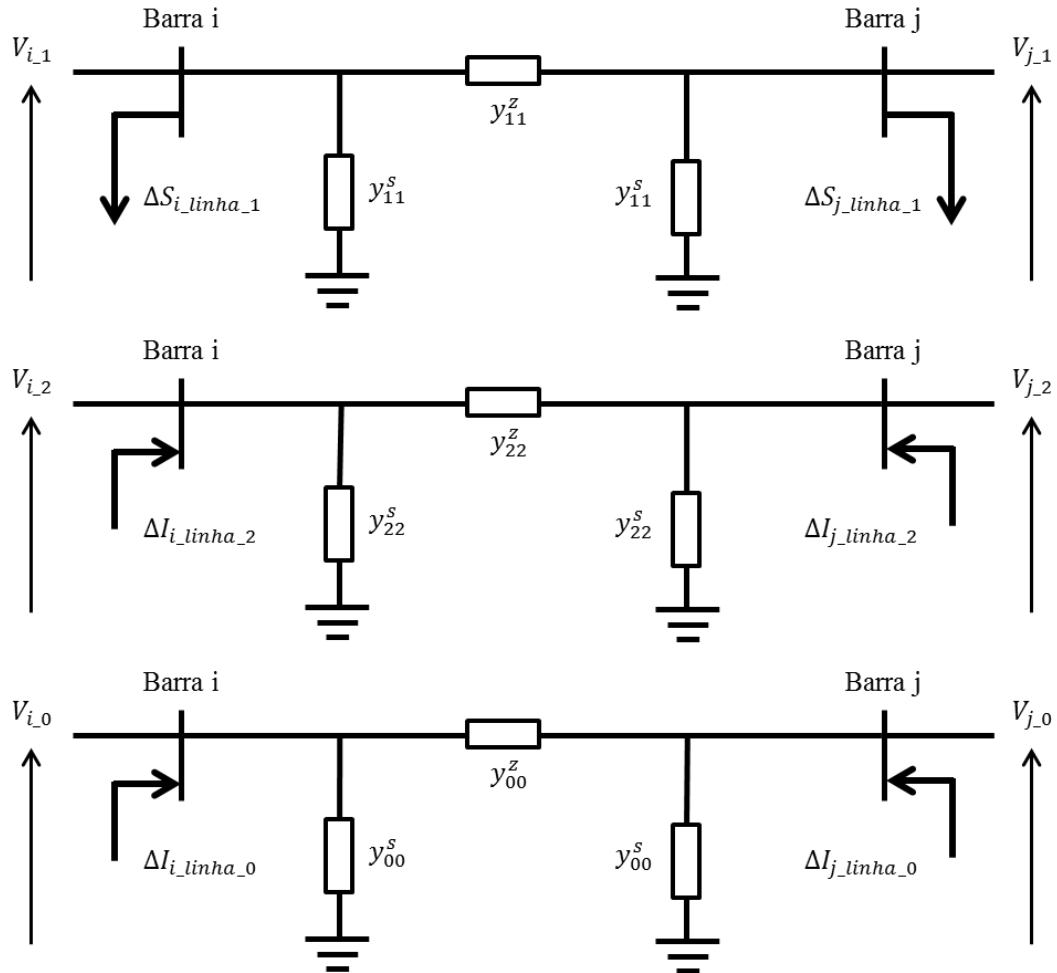
J. Improved Three-Phase Power Flow Methods Using Sequence Components (ABDEL-AKHER et al., 2005)

Os autores propõem a solução do problema de fluxo de potência trifásico usando as componentes simétricas apresentando um novo modelo de transformadores e das linhas nas componentes positiva, negativa e zero. O algoritmo de fluxo de potência em componentes simétricas foi elaborado para permitir a utilização das rotinas monofásicas de solução do fluxo de potência para a sequência positiva, como o método Newton-Raphson, enquanto as outras sequências são calculadas através de equações de equivalência.

Para as linhas de transmissão, é proposto o desacoplamento de suas três componentes simétricas em três circuitos independentes. Contudo, para que isso

seja possível, é necessária a inclusão de injeções de potência equivalentes na fase de sequência positiva, enquanto são necessárias injeções de corrente equivalentes nas sequências de fase negativa e zero, isto é representado pela Figura 11.

FIGURA 11 - MODELO DESACOPLADO DAS LINHAS.



FONTE: Adaptado de Abdel-Akher *et al.* (2005).

Assim, o método tradicional de Newton-Raphson e o método desacoplado-rápido, ambos monofásicos, podem ser aplicados à resolução do sistema de sequência positiva. As equações básicas utilizadas são (4.32) para o método tradicional de Newton-Raphson e (4.33) para o método desacoplado rápido:

$$\begin{bmatrix} H_1 & N_1 \\ M_1 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\left. \begin{aligned} B'_1 \Delta \theta_1 &= \Delta P_1 \\ B''_1 \Delta V_1 &= \Delta Q_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

As tensões de sequência negativa e zero são calculadas através das equações (4.34) e (4.35) somente após o sistema ser solucionado para a sequência positiva.

$$Y_2 V_2 = I_2^{\text{especificado}} \quad (4.34)$$

$$Y_0 V_0 = I_0^{\text{especificado}}. \quad (4.35)$$

Os resultados obtidos para os estados do sistema com a formulação proposta são idênticos aos resultados de métodos trifásicos de fluxo de potência em sequência de fase. O modelo aprimorado de representação de transformadores e o modelo de desacoplamento entre os circuitos de componentes simétricas apresentados pelo artigo, juntos, conseguem manter a vantagem de se trabalhar com matrizes menores, economizando assim tempo e memória computacional quando comparado com o método Newton-Raphson em sequência de fase.

O método proposto possui convergência similar ao método Newton-Raphson em sequência de fase, mesmo ao trabalhar com sistemas com elevada relação R/X . O método desacoplado rápido com decomposição em componentes simétricas é menos sensível ao desbalanceamento de cargas do que o método desacoplado rápido em sequência de fase, porém ainda é sensível para sistemas com elevada relação R/X .

K. Developments in the analysis of unbalanced three-phase power flow solutions (COSTA, DA et al., 2007)

Neste artigo, os autores se baseiam no método apresentado por Garcia *et al.* (2000) propondo a inserção de um fator de otimização do tamanho do passo na solução do fluxo de potência trifásico em redes de distribuição desbalanceadas baseado na injeção de corrente e tratando o fluxo de potência como um problema de otimização.

Para tanto, os autores apresentam a formulação do cálculo do tamanho do passo (μ) e da função objetivo para o caso trifásico ao se considerar a representação retangular das tensões (variáveis de estado). A função objetivo

utilizada é representada pela equação (4.36), considerando $s \in \alpha_p$, sendo $\alpha_p = \{u, v, w\}$ e u, v, w as três fases do sistema, tem-se:

$$F_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \sum_{s \in \alpha_p} \left[\left(a_{I_{m_i}}^s + \mu b_{I_{m_i}}^s + \mu^2 c_{I_{m_i}}^s \right)^2 + \left(a_{I_{r_i}}^s + \mu b_{I_{r_i}}^s + \mu^2 c_{I_{r_i}}^s \right)^2 \right]. \quad (4.36)$$

O próximo passo consiste em expandir em séries de Taylor as equações que representam a variação da injeção de corrente reais e imaginárias nas barras, estas apresentadas por Garcia *et al.* (2000). Expandindo (4.29) e (4.30) e ignorando termos de ordem maior que dois:

$$\underline{a}_{I_{m_k}}^s = -\underline{b}_{I_{m_k}}^s = [\Delta I_{m_k}^u \quad \Delta I_{m_k}^v \quad \Delta I_{m_k}^w] \quad (4.37)$$

$$\underline{c}_{I_{m_k}}^s = -\frac{1}{2} \sum_{t \in \alpha_p} \sum_{m \in \phi_k} \left(\begin{aligned} & \frac{\partial^2 I_{m_k}^s}{\partial V_{r_k}^s \partial V_{r_m}^t} \Delta V_{r_k}^s \Delta V_{r_m}^t + \\ & + \frac{\partial^2 I_{m_k}^s}{\partial V_{r_k}^s \partial V_{m_m}^t} \Delta V_{r_k}^s \Delta V_{m_m}^t + \frac{\partial^2 I_{m_k}^s}{\partial V_{m_k}^s \partial V_{m_m}^t} \Delta V_{m_k}^s \Delta V_{m_m}^t \end{aligned} \right) \quad (4.38)$$

$$\underline{a}_{I_{r_k}}^s = -\underline{b}_{I_{r_k}}^s = [\Delta I_{r_k}^u \quad \Delta I_{r_k}^v \quad \Delta I_{r_k}^w] \quad (4.39)$$

$$\underline{c}_{I_{r_k}}^s = -\frac{1}{2} \sum_{t \in \alpha_p} \sum_{m \in \phi_k} \left(\begin{aligned} & \frac{\partial^2 I_{r_k}^s}{\partial V_{r_k}^s \partial V_{r_m}^t} \Delta V_{r_k}^s \Delta V_{r_m}^t + \\ & + \frac{\partial^2 I_{r_k}^s}{\partial V_{r_k}^s \partial V_{m_m}^t} \Delta V_{r_k}^s \Delta V_{m_m}^t + \frac{\partial^2 I_{r_k}^s}{\partial V_{m_k}^s \partial V_{m_m}^t} \Delta V_{m_k}^s \Delta V_{m_m}^t \end{aligned} \right). \quad (4.40)$$

As derivadas de segunda ordem são apresentadas no apêndice do artigo e variam conforme o modelo de carga utilizado para cada barra. O próximo passo consiste no cálculo de escalares denominados g_0 , g_1 , g_2 e g_3 , para tanto são utilizadas as seguintes equações:

$$g_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{s \in \alpha_p} \left(a_{I_{m_i}}^s b_{I_{m_i}}^s \right) + \left(a_{I_{r_i}}^s b_{I_{r_i}}^s \right) \quad (4.41)$$

$$g_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{s \in \alpha_p} \left(b_{I_{m_i}}^s \right)^2 + \left(b_{I_{r_i}}^s \right)^2 + 2 \left[\left(a_{I_{m_i}}^s c_{I_{m_i}}^s \right) + \left(a_{I_{r_i}}^s c_{I_{r_i}}^s \right) \right] \quad (4.42)$$

$$g_2 = 3 \sum_{i=1}^n \sum_{s \in \alpha_p} \left(b_{I_{m_i}}^s c_{I_{m_i}}^s \right) + \left(b_{I_{r_i}}^s c_{I_{r_i}}^s \right) \quad (4.43)$$

$$g_3 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{s \in \alpha_p} \left(c_{I_{m_i}}^s \right)^2 + \left(c_{I_{r_i}}^s \right)^2. \quad (4.44)$$

Os últimos passos consistem em calcular o passo μ por (4.45), e as atualizações das variáveis de estado.

$$g_0 + g_1\mu + g_2\mu + g_3\mu = 0. \quad (4.45)$$

Os resultados obtidos com o algoritmo proposto pelos autores demonstra potencial para a resolução de problemas de fluxo de potência trifásico, especialmente em sistemas com condições de operação muito restritas. Os autores sugerem que a metodologia apresentada tem capacidade para utilizar em conjunto estratégias de controle, permitindo que o sistema volte para um ponto de operação estável em caso de instabilidade. O método apresenta características de convergência similares ao método Newton-Raphson tradicional ao utilizar injeções de corrente em coordenadas retangulares.

L. Three-phase power flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks (PENIDO et al., 2008)

O trabalho dos autores se baseia na metodologia apresentada por Garcia *et al.* (2000), eles utilizam o método de solução de fluxo de potência trifásico com injeção de correntes equivalentes, porém, modelando o sistema para a utilização dos quatro condutores da rede distribuição, sendo eles, as três fases a, b e c , e o condutor do neutro.

Inicialmente, as equações básicas para a aplicação do método são revistas para que incluam a representação do neutro, sendo apresentadas no artigo equações para as injeções de correntes causadas pelas parcelas série e *shunt* das linhas, das cargas e geradores e a própria corrente de neutro, todas estas podem variar de acordo com o tipo de conexão utilizada e, no caso das cargas, conforme o tipo de carga.

Todas estas equações podem então ser combinadas para definir as injeções de corrente em cada um dos nós do sistema. Consequentemente as injeções de corrente para todas as barras de um sistema com nb barras podem ser expressas como um sistema de equações não lineares que pode ser resolvido pelo método de

Newton-Raphson, sendo estas equações denominadas de desvios de injeção de corrente durante o processo iterativo.

As equações de desvio de corrente utilizadas possuem suas partes reais e imaginárias separadas, sendo que todas as variáveis do problema são representadas em coordenadas retangulares. A matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson possui estrutura similar a apresentada por Garcia et al. (2000).

O modelo proposto tem a vantagem de representar explicitamente o condutor neutro e os aterramentos do sistema, permitindo assim o cálculo direto da corrente e tensão de neutro.

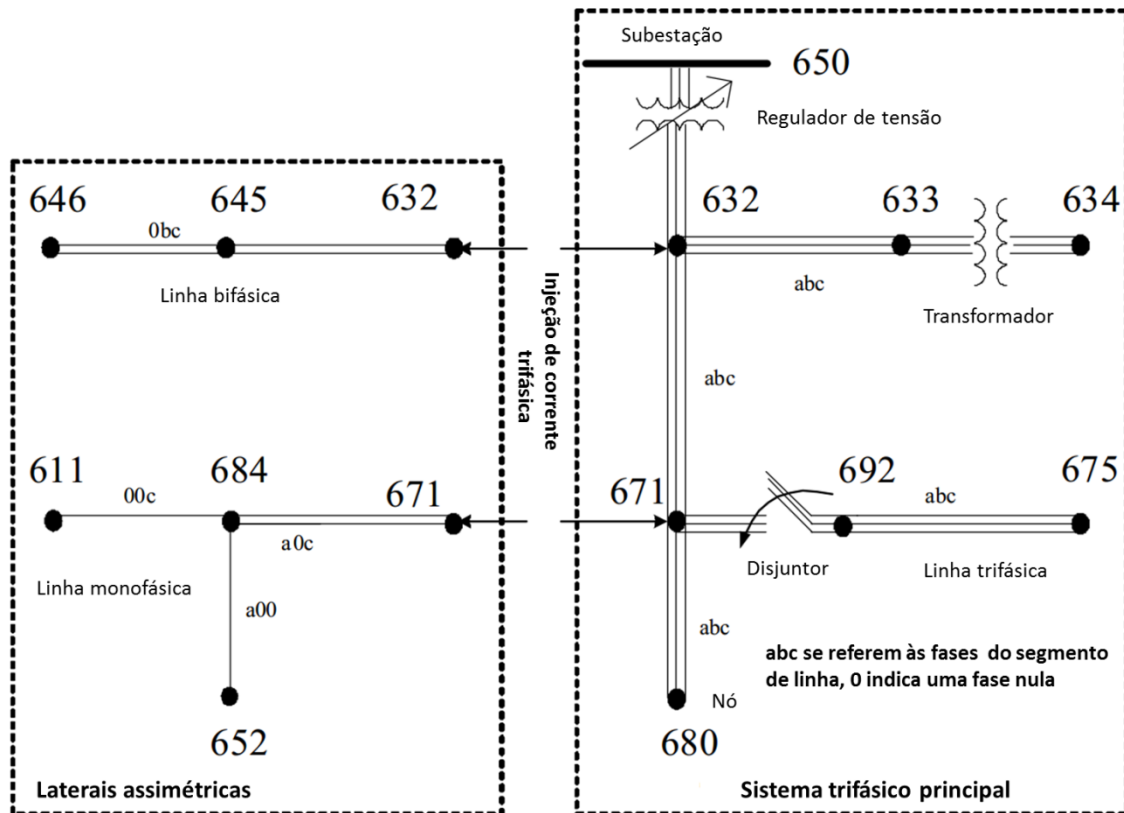
M. Development of Unbalanced Three-Phase Distribution Power Flow Analysis Using Sequence and Phase Components (ABDEL-AKHER et al., 2008)

Os autores apresentam um método de solução para o fluxo de potência trifásico em redes de distribuição híbrido, baseado no método da varredura e no método de Newton-Raphson. Inicialmente o sistema de distribuição desbalanceado é decomposto em duas partes: a primeira é composta pelo sistema trifásico, ou seja, linhas que possuem as três fases do sistema, a segunda é composta pelas laterais assimétricas, caracterizado pelas linhas bifásicas e monofásicas.

A primeira parte, também chamada de sistema principal, corresponde a um sistema trifásico completo e é representado pelas componentes simétricas, assim o tamanho do problema de fluxo de potência para esta parte do sistema é reduzido, resultando em menor esforço computacional. Este pode ter solução encontrada pelo método Newton-Raphson baseado no desacoplamento em sequência simétricas, apresentado por Abdel-Akher *et al.* (2005).

A segunda parte do sistema, composta pelas laterais assimétricas, corresponde a pequenos sistemas com linhas bifásicas e monofásicas. Este pode ser solucionado pelo método da varredura frente trás, como apresentado por Cheng e Shirmohammadi (1995). A divisão entre os sistema é exemplificado pela (FIGURA 12), que utiliza como base o sistema 13 barras do IEEE. Contudo, a utilização dos dois métodos exige algumas adaptações.

FIGURA 12 - SEPARAÇÃO SISTEMA PRINCIPAL E LATERAL ASSIMÉTRICA.



FONTE: Adaptado de Abdel-Akher *et al.* (2008).

A solução do fluxo de potência para a rede tem início nas laterais assimétricas da mesma, sendo realizados o primeiro e segundo passos do método da varredura. Com a realização destes passos passam a ser conhecidas injeções de corrente em cada um dos nós das laterais e as correntes circulantes entre os diferentes ramos assimétricos, estas correntes são afetadas por injeções de corrente devido aos bancos de capacitores, cargas e acoplamento mútuo entre as linhas. Por fim, a injeção de corrente no nó fonte da lateral assimétrica pode ser calculada e transformada da representação por fases para a representação em sequências simétricas. O terceiro passo do método da varredura, que é a atualização dos níveis de tensão da rede, é feito posteriormente.

Com as injeções de corrente nos nós das laterais assimétricas, é possível solucionar o sistema trifásico representado em componentes simétricas. Os métodos de Newton-Raphson e desacoplado rápido podem ser utilizados para solucionar o sistema de componente positiva, enquanto os sistemas de componente negativa e zero são calculados por equações nodais de tensão. Após a obtenção dos valores

das tensões nos nós das laterais assimétricas é possível a execução do terceiro passo do método da varredura, conseqüentemente também são calculadas as tensões nodais das laterais assimétricas. Este processo é repetido até que se obtenha a convergência pelo critério dos desvios de tensão de sequência de fase.

O método híbrido apresentado pelo artigo é capaz de solucionar o fluxo de potência em redes de distribuição trifásicas assimétricas e desbalanceadas, sendo a separação do problema em vários subproblemas menores a sua principal vantagem. O desacoplamento proposto também eventualmente reduz o tamanho do problema do fluxo de potência, trazendo melhoras para o tempo de execução e memória computacional exigida.

N. Efficient Three-Phase Power-Flow Method for Unbalanced Radial Distribution Systems (MAHMOUD; ABDEL-AKHER, 2010)

O artigo apresenta uma nova modelagem de transformadores a ser utilizada no método de varredura para o fluxo de potência trifásico em redes de distribuição radiais de modo a evitar problemas de singularidade na representação de transformadores trifásicos. O modelo generalizado do transformador é derivado da modelagem em componentes simétricas, porém a apresentação final do modelo se dá em sequência de fases após isolar as componentes de sequência zero.

Primeiramente, as matrizes de admitâncias nodais em sequência de fase dos transformadores são transformadas para a representação em componentes simétricas. Para tanto são utilizadas as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 [Y_{nó}^{012}] &= \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}^{-1} [Y_{nó}^{abc}] \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \\
 [Y_{nó}^{abc}] &= \begin{bmatrix} Y_{pp}^{abc} & Y_{ps}^{abc} \\ Y_{sp}^{abc} & Y_{ss}^{abc} \end{bmatrix} \\
 T &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \quad a = 1 \angle 120^\circ.
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Nas quais:

$Y_{nó}^{012}$ e $Y_{nó}^{abc}$ são as matrizes admitâncias nodais do transformador em componentes simétricas e componentes de fase, respectivamente;

Y_{pp}^{abc} , Y_{ps}^{abc} , Y_{sp}^{abc} e Y_{ss}^{abc} são as submatrizes admitância do transformador, sendo que p e s se referem ao lado do primário e secundário do transformador;

T é a matriz de transformação.

Os elementos da matriz resultante de dimensão seis por seis dependem principalmente do tipo de conexão do transformador trifásico, sendo ela utilizada para a construção do modelo do transformador em componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} I_p^{012} \\ I_s^{012} \end{bmatrix} = [Y_{nó}^{012}] \begin{bmatrix} V_p^{012} \\ V_s^{012} \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Podendo ainda ser desacoplada conforme as componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} i_p^t \\ i_s^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{pp}^t & y_{ps}^t \\ y_{sp}^t & y_{ss}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_p^t \\ v_s^t \end{bmatrix} \text{ com } t \in \{0,1,2\}. \quad (4.49)$$

Assim, na varredura para trás, são utilizadas as seguintes equações para o cálculo da injeção de corrente e dos níveis de tensão no primário para as sequências positiva e negativa:

$$\begin{aligned} i_p^m &= y_{pp}^m v_p^m + y_{ps}^m v_s^m \\ v_p^m &= \frac{1}{y_{sp}^m} (i_s^m - y_{ss}^m v_s^m) \text{ com } m \in \{1,2\}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Porém, isto resulta em injeções de corrente e tensão em componentes simétricas, sendo necessário transformá-las em componentes de fase conforme as seguintes equações:

$$\begin{aligned} I_p^{abc} &= \mathbf{a} \cdot I_s^{abc} + \mathbf{y} \mathbf{b} \cdot V_p^{abc} \\ V_p^{abc} &= \mathbf{c} \cdot V_s^{abc} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{y}} \cdot I_s^{abc}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Já na varredura para frente, a tensão do secundário do transformador para as sequências positiva e negativa é dada por:

$$v_s^m = \frac{1}{y_{ss}^m} (i_s^m - y_{sp}^m v_p^m) \text{ com } m \in \{1,2\}. \quad (4.52)$$

Transformando as tensões em sequência de fases:

$$V_s^{abc} = C \cdot V_p^{abc} - \frac{D}{y} \cdot I_s^{abc}. \quad (4.53)$$

Os valores das matrizes **a**, **b**, **c**, **d**, **C** e **D** variam conforme o tipo de ligação do transformador e o seu aterramento, seus valores são definidos conforme a (TABELA 2), na qual:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}; \\ M_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ M_3 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \\ M_4 &= M_1 + M_3. \end{aligned}$$

TABELA 2 - VALORES DAS SUBMATRIZES.

Conexão do transformador		a	b	c	d	C	D
Primário	Secundário						
Y-aterrado	Y-aterrado	M_4	0	M_4	M_4	M_4	M_4
Delta	Delta	M_1	0	M_1	M_1	M_1	M_1
Y	Delta	M_2	0	M_2	M_2	M_2^T	M_1
Y-aterrado	Y	M_1	M_3	M_1	M_1	M_1	M_1
Y-aterrado	Delta	M_2	M_3	M_2	M_2	M_2^T	M_1

FONTE: Mahmoud, Abdel-Akher (2010).

Com as transformações apresentadas, as equações para o cálculo das tensões nos transformadores deixam de ser singulares. Assim, o cálculo do fluxo de potência trifásico pelo método da varredura em redes de distribuição radiais

demonstrou ser robusto, sendo capaz de lidar com cargas desbalanceadas, bancos de capacitores e linhas assimétricas, além de contornar os problemas de singularidade dos transformadores trifásicos utilizados nas redes de distribuição.

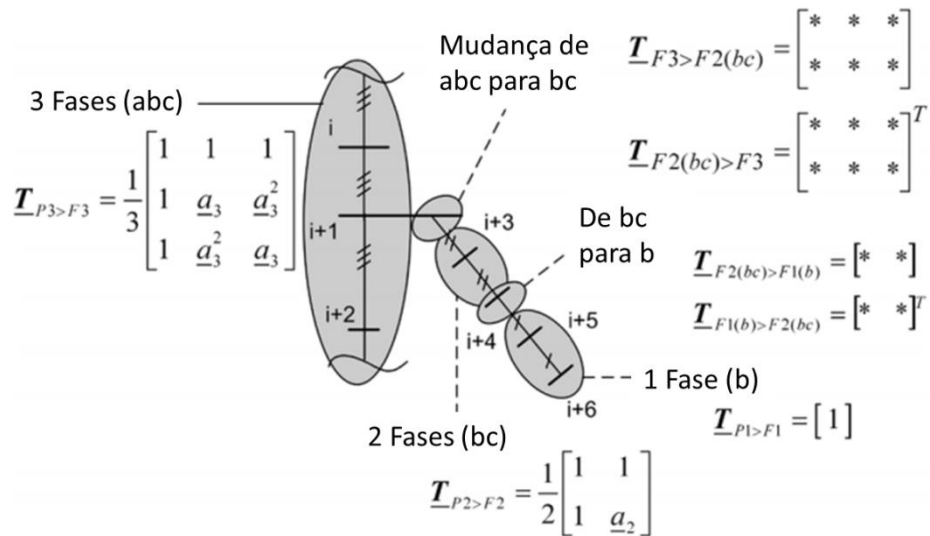
O. Three-Phase Power Flow in Distribution Networks Using Fortescue Transformation (DŽAFIC et al., 2013)

Neste artigo os autores sugerem uma nova aplicação para a Transformação de Fortescue ao utilizar o princípio das componentes simétricas não só em sistemas com uma, duas ou três fases, mas também em sistemas de distribuição que possuem uma combinação qualquer entre os números de fases. Após a transformação o método de varredura é aplicado para a solução do problema de fluxo de potência.

Para contornar o problema da representação dos ramos assimétricos, ou seja, com uma ou duas fases, no sistema, é proposta a passagem do sistema como um todo para as coordenadas de Fortescue, sendo ela realizada em partes. Inicialmente os ramos trifásicos, bifásicos e monofásicos são representados em suas componentes simétricas utilizando as matrizes de transformação de coordenadas correspondentes a cada um dos ramos.

Após a transformação das diferentes partes do sistema em coordenadas de Fortescue, é necessário definir relações que permitam a passagem de sistemas monofásicos para bifásicos ou trifásicos, e de sistemas bifásicos para sistemas trifásicos e vice-versa. Este problema é mais facilmente observado na (FIGURA 13).

FIGURA 13 - LATERAIS ASSIMÉTRICAS.



FONTE: Adaptado de Džafic *et al.* (2013).

Após a definição de todas as matrizes de transformações o sistema de distribuição com laterais assimétricas pode ser resolvido utilizando-se o método da varredura frente-trás. A este método são incluídos passos que permitam a passagem das tensões e correntes entre os subsistemas com topologias diferentes.

Segundo os autores a maior vantagem da aplicação das Transformadas de Fortescue no sistema inteiro no método da varredura é a melhora no desempenho deste, podendo ser até três vezes mais rápido do que métodos tradicionais em componentes de fase. Entretanto, ao lidar com sistemas desbalanceados, por exemplo, com linhas não transpostas, a utilização das Transformadas de Fortescue perde algumas de suas vantagens quando comparado a representação do sistema por componentes de fase.

4.2 ADAPTAÇÃO TRIFÁSICA DO FLUXO DE POTÊNCIA

Esta seção apresenta o método para solução do fluxo de potência trifásico escolhido para este trabalho, assim como o sistema de equações, as fórmulas de cálculo de potência e o acoplamento entre o método de solução do fluxo de potência à normalização complexa. O método a seguir foi baseado no artigo de Arrilaga e Harker (1978), contudo foram retiradas as modelagens e equações referentes à representação da tensão interna dos geradores e dos reguladores de tensão.

4.2.1 Equações dos desvios de potência

Para encontrar o estado do sistema, o método de Newton-Raphson necessita de equações algébricas que relacionem as variáveis de estado do sistema. Assim como no método monofásico, as equações utilizadas são as de desvio de injeção de potência ativa e reativa em cada uma das barras, porém para o método trifásico os desvios também passam a ser especificados por fase do sistema (ARRILLAGA; HARKER, 1978).

Para cada uma das três fases (p) em cada barra (i), tem-se:

$$\Delta P_i^p = (P_i^p)^{sp} - V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}) \quad (4.54)$$

$$\Delta Q_i^p = (Q_i^p)^{sp} - V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m (G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}). \quad (4.55)$$

Nas quais:

n – Número de barras do sistema;

ΔP_i^p – Desvio de potência ativa da fase p da barra i ;

ΔQ_i^p – Desvio de potência reativa da fase p da barra i ;

$(P_i^p)^{sp}$ – Potência ativa especificada da fase p da barra i ;

$(Q_i^p)^{sp}$ – Potência reativa especificada da fase p da barra i ;

V_i^p – Módulo da tensão da fase p da barra i ;

θ_{ik}^{pm} – Diferença angular entre as fases p e m das barras i e k , respectivamente;

G_{ik}^{pm}, B_{ik}^{pm} – Coeficientes reais e imaginários, respectivamente, da matriz de admitâncias referentes às fases p e m entre as barras i e k .

4.2.2 Sistema de equações e algoritmo

O sistema trifásico de equações algébricas para serem solucionados pelo método de Newton-Raphson passa a ser (ARRILLAGA; HARKER, 1978):

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}. \quad (4.56)$$

Na qual H , N , M e L são dadas por:

$$\begin{cases} H_{ik}^{pm} = \partial P_i^p / \partial \theta_k^m = V_i^p V_k^m (G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}) \\ H_{kk}^{mm} = \partial P_k^m / \partial \theta_k^m = -Q_k^m - (V_k^m)^2 B_{kk}^{mm} \end{cases} \quad (4.57)$$

$$\begin{cases} N_{ik}^{pm} = \partial P_i^p / \partial V_k^m = V_i^p (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}) \\ N_{kk}^{mm} = \partial P_k^m / \partial V_k^m = (V_k^m)^{-1} (Q_k^m + (V_k^m)^2 G_{kk}^{mm}) \end{cases} \quad (4.58)$$

$$\begin{cases} M_{ik}^{pm} = \partial Q_i^p / \partial \theta_k^m = -V_i^p V_k^m (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}) \\ M_{kk}^{mm} = \partial Q_k^m / \partial \theta_k^m = P_k^m - (V_k^m)^2 G_{kk}^{mm} \end{cases} \quad (4.59)$$

$$\begin{cases} L_{ik}^{pm} = \partial Q_i^p / \partial V_k^m = V_i^p (G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}) \\ L_{kk}^{mm} = \partial Q_k^m / \partial V_k^m = (V_k^m)^{-1} (Q_k^m + (V_k^m)^2 G_{kk}^{mm}). \end{cases} \quad (4.60)$$

Com estas modificações, o algoritmo utilizado passa a seguir a mesma sequência daquela apresentada na seção 2.3.1.

4.2.3 Método desacoplado rápido normalizado

O Método Desacoplado Rápido normalizado trifásico possui os mesmos pilares do Desacoplado Rápido monofásico, no qual: (i) os efeitos da variação dos ângulos das barras ($\Delta\theta$) no fluxo de potência reativa e os efeitos da variação da magnitude das tensões (ΔV) no fluxo de potência ativa são desconsiderados, o que caracteriza o desacoplamento; e (ii) é utilizada uma matriz Jacobiana constante ao longo do processo iterativo. Assim, o sistema é subdividido no subsistema ativo, envolvendo a relação $P\theta$, e no subsistema reativo, envolvendo a relação QV . Consequentemente o sistema passa a ser descrito da seguinte forma (ARRILLAGA; HARKER, 1978):

$$\Delta P / |V| = \mathbf{B}' \cdot \Delta \theta \quad (4.61)$$

$$\Delta Q / |V| = \mathbf{B}'' \cdot \Delta V. \quad (4.62)$$

Nas quais as matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são as matrizes jacobianas associadas a cada um dos subproblemas. As aproximações aplicadas a ambas as matrizes são similares ao caso monofásico, possuindo pequenas modificações:

1) Para cada nó (k) e cada fase (m):

$$Q_k^m \ll B_{kk}^{mm} \cdot (V_k^m)^2. \quad (4.63)$$

2) Entre nós (i, k) conectados pela mesma fase (m):

$$\cos \theta_{ik}^{mm} \approx 1 \quad (4.64)$$

$$G_{ik}^{mm} \cdot \sin \theta_{ik} \ll B_{ik}^{mm}. \quad (4.65)$$

Além disso, são desconsiderados quaisquer desequilíbrios entre as fases durante a montagem das submatrizes jacobinas, sendo considerado:

$$\theta_{ik}^{pm} = \pm 120^\circ \text{ para } m \neq p. \quad (4.66)$$

Porém, esta última simplificação realizada não deve ser confundida com a defasagem angular real entre as fases do sistema, esta aproximação ao equilíbrio é feita somente na montagem das submatrizes jacobianas logo no início do processo iterativo (ARRILLAGA; HARKER, 1978). Portanto a formação das submatrizes jacobianas passa a seguir as seguintes relações:

$$B_{ik}'^{pm} = G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} \quad (4.67)$$

$$B_{ik}''^{pm} = G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}. \quad (4.68)$$

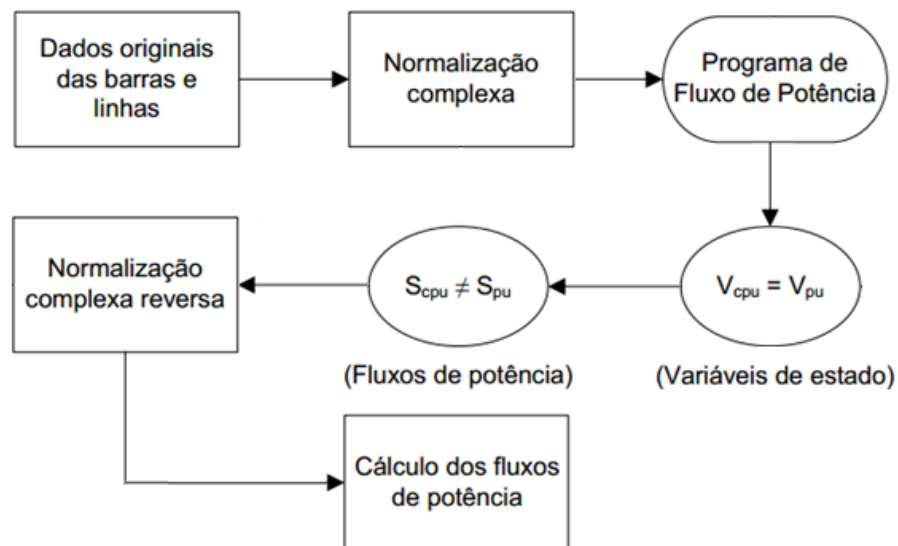
Sendo que a única diferença entre \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' é o tamanho das matrizes. Assim, como ocorre para o caso monofásico, \mathbf{B}' não possui as linhas e colunas referentes às barras do tipo $V\theta$, enquanto \mathbf{B}'' não possui as linhas e colunas referentes às barras dos tipos $V\theta$ e PV . O processo iterativo segue o mesmo algoritmo apresentado na seção 2.3.3.

4.2.4 Aplicação da normalização complexa ao fluxo de potência trifásico

A aplicação da normalização complexa permite o ajuste das relações R/X das linhas de distribuição através da adoção de um ângulo base, procurando manter a conhecida eficiência do método desacoplado rápido nos sistemas de energia com forte acoplamento $P\theta$, típico de sistemas de transmissão.

A metodologia proposta consiste na prévia aplicação da normalização complexa aos dados originais do sistema, seguida pela solução do fluxo de sistema pelo método desacoplado rápido pelas suas variações BX e XB. Após a convergência ser obtida, as variáveis de estado encontradas terão o mesmo valor que seriam obtidos pela aplicação da normalização convencional, como mostrado pela equação (3.16). Consequentemente o fluxo de potência pode então ser calculado para todos os elementos do sistema após a aplicação da normalização complexa reversa. A (FIGURA 14) resume o algoritmo utilizado.

FIGURA 14 - FLUXOGRAMA DO MÉTODO PROPOSTO.



FONTE: O autor (2016).

Como apresentado pelo fluxograma da Figura 14, a normalização complexa pode ser facilmente acoplada a qualquer método de estudo dos sistemas de potência, visto que a normalização complexa é aplicada antes do algoritmo em questão, não sendo necessária qualquer modificação no algoritmo a ser utilizado. A fácil aplicação da normalização complexa em qualquer método já existente é uma

grande vantagem que pode ser bem aproveitada na solução de qualquer problema envolvendo sistemas de potência.

4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado um breve histórico da evolução do fluxo de potência trifásico, tanto para redes de transmissão quanto para redes de distribuição. Foram apresentados métodos baseados no método de Newton-Raphson e no método da varredura, além de diversos métodos híbridos que se utilizam de conceitos de ambos os métodos e/ou que modelam o sistema através das componentes simétricas e coordenadas retangulares ou polares.

Após a realização deste estudo foi escolhido o método utilizado neste trabalho, sendo este o fluxo de potência trifásico pelo método desacoplado rápido e tendo como base o artigo apresentado por Arrilaga e Harker (1978), que utiliza representação por componentes de fase, com três fios e cálculo dos desvios de injeção de potência. O método desacoplado rápido foi escolhido por ser amplamente utilizado nos estudos de fluxo de potência em redes de transmissão e, através da normalização complexa, pretende-se ampliar a aplicação deste método para redes de distribuição.

Para que o método desacoplado rápido seja utilizado na solução do fluxo de potência trifásico é necessário representar todas as linhas do sistema e os seus transformadores de forma adequada, como apresentado no capítulo 3 deste trabalho, além de especificar as potências ativas e reativas de cada uma das fases das barras do sistema. As aproximações realizadas no método desacoplado rápido são similares às realizadas para o método monofásico.

Após a descrição do método desacoplado rápido trifásico é apresentada a metodologia proposta para a incorporação da normalização complexa na solução do fluxo de potência trifásico. A união da normalização complexa ao método desacoplado rápido não afeta as variáveis de estado do sistema e pode ser aplicada aos dados antes do processo iterativo. Entretanto esta normalização afeta os valores dos fluxos de potência calculados entre as linhas, conseqüentemente é necessária realização da normalização complexa reversa antes do cálculo dos fluxos de potência do sistema. A fácil incorporação da normalização complexa a qualquer

problema do sistema de potência é mais uma vantagem desta técnica de normalização de dados.

5 FLUXO DE POTÊNCIA UNIFICADO ENTRE TRANSMISSÃO E DISTRIBUIÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO À ABORDAGEM UNIFICADA

A aplicação da normalização por unidade complexa nos sistemas de distribuição permite a diminuição da alta razão R/X típica deste tipo de rede, trazendo esta relação para valores típicos de redes de transmissão e permitindo a utilização de métodos de solução do fluxo de potência já consagrados para a rede de transmissão.

Utilizando-se deste fato, Durce (2012), baseando-se no estudo feito por Lourenço, Loddi e Tortelli (2010), desenvolveu uma metodologia capaz de solucionar o fluxo de potência para sistemas de transmissão com a representação física dos alimentadores de distribuição radialmente conectados à transmissão. Esta metodologia permite o cálculo do fluxo de potência dos sistemas de transmissão e distribuição (T&D) de maneira unificada, consequentemente possibilitando o estudo dos efeitos causados pelos alimentadores da distribuição na rede de transmissão.

Para tanto, a metodologia consiste basicamente em aplicar diferentes ângulos base para a normalização complexa nos alimentadores de distribuição, enquanto o ângulo base para a rede de transmissão é mantida igual à zero, como resultado as relações R/X do sistema inteiro podem ser trazidas para níveis mais adequados para métodos de solução do fluxo de potência já conhecidos.

Contudo, conforme os autores, para que a equivalência entre o sistema original e o sistema normalizado pela normalização complexa seja mantida, é necessária o reajuste da injeção de potência ativa e reativa nas barras de fronteira entre os sistemas de T&D, sendo isto obtido com as seguintes relações:

$$P_k^{nova} = P_k^{pu} - \sum_{i=1}^{nA} P_{k,i}^{cpu} \quad (5.1)$$

$$Q_k^{nova} = Q_k^{pu} - \sum_{i=1}^{nA} Q_{k,i}^{cpu} . \quad (5.2)$$

Nas quais:

P_k^{nova}, Q_k^{nova} são, respectivamente, as novas injeções de potência ativa e reativa na barra de fronteira k ao se representar fisicamente os alimentadores de distribuição;

P_k^{pu}, Q_k^{pu} são, respectivamente, os valores em pu das injeções de potência ativa e reativa na barra de fronteira k quando os alimentadores de distribuição não são representados;

$P_{k,i}^{cpu}, Q_{k,i}^{cpu}$ são, respectivamente, os valores em cpu das injeções de potência ativa e reativa exigidas pelo alimentador i ;

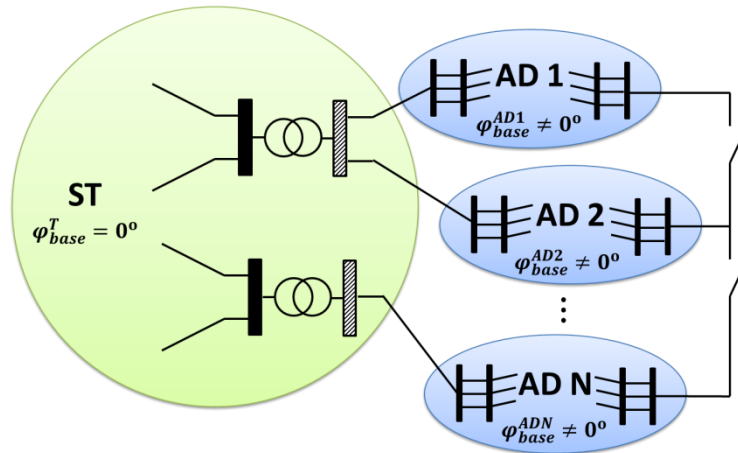
nA é o número de alimentadores de distribuição fisicamente representados.

O reajuste feito pelas equações (5.1) e (5.2) é necessário devido ao fato do sistema de transmissão ter sido normalizado com uma diferente da base utilizada para o alimentador da distribuição. Usualmente no sistema de transmissão é utilizada a normalização convencional, pois ele já possui relações R/X boas, enquanto no alimentador de distribuição a normalização complexa é necessária para o ajuste das relações R/X de suas linhas.

5.2 ADAPTAÇÃO À REPRESENTAÇÃO TRIFÁSICA DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO

A abordagem apresentada anteriormente permite a aplicação do método Desacoplado Rápido ao problema de fluxo de potência unificado entre a transmissão e distribuição trifásica com alimentadores fisicamente representados. Isto é possível desde que os alimentadores de distribuição (AD) estejam radialmente conectados, ou com poucas malhas, ao sistema de transmissão e que seja incluída nas equações (5.1) e (5.2) a especificação por fase no alimentador da distribuição (DURCE, 2012). Este tipo de sistema é representado pela (FIGURA 15).

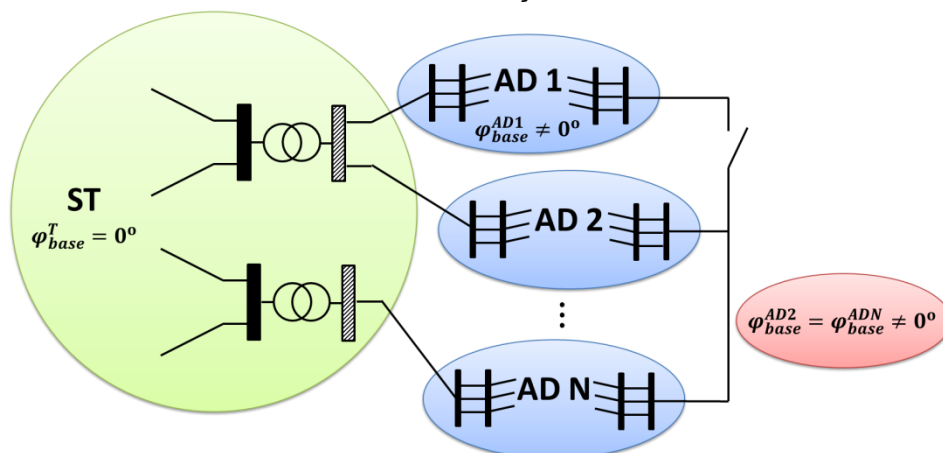
FIGURA 15 - T&D COM TOPOLOGIA RADIAL ENTRE ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

Quando os alimentadores da distribuição são conectados de forma fracamente malhada, os alimentadores que estiverem fechados em anel devem possuir o mesmo ângulo base para a normalização complexa, o que é ilustrado pela Figura 16. Para que os alimentadores de distribuição sejam conectados em anel eles não precisam necessariamente possuir as mesmas barras de conexão com o sistema de transmissão, o que também é representado pela (FIGURA 16) (DURCE, 2012).

FIGURA 16 - T&D COM TOPOLOGIA FRACAMENTE MALHADA ENTRE ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

Contudo, para a aplicação das equações (5.1) e (5.2) com extensão trifásica assume-se que sejam previamente conhecidas as potências ativa e reativa nas

barras de fronteira de cada um dos alimentadores. Esta hipótese implica nas seguintes limitações (DURCE, 2012):

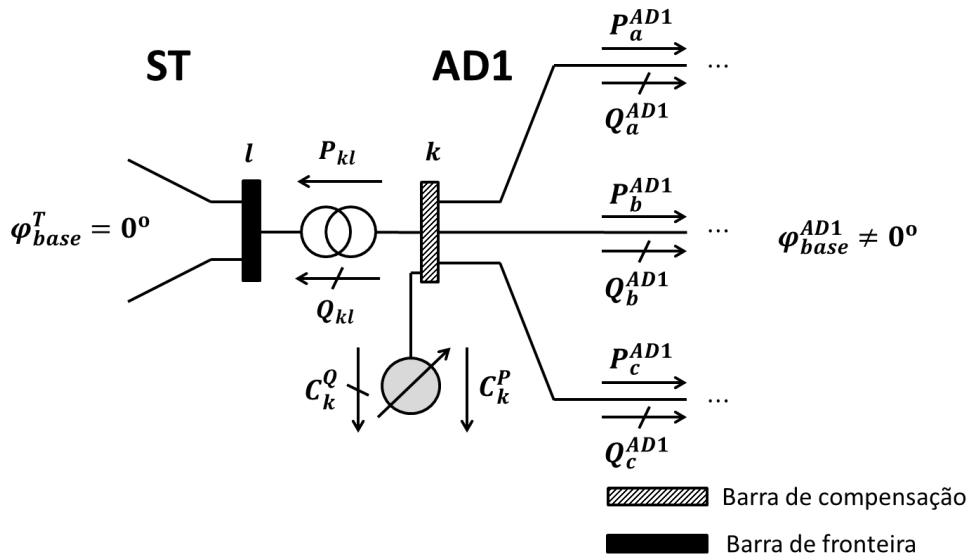
- A solução do fluxo de potência não é exata, visto que a injeção de potência efetiva nas barras de fronteira depende das variáveis de estado do sistema, sendo estas inicialmente desconhecidas;
- Esta metodologia não pode ser aplicada quando ocorre a operação em anel entre diferentes alimentadores que estão conectados ao sistema de transmissão por barras de fronteira distintas, assim a topologia malhada é uma limitação ao método.

5.3 FORMULAÇÃO ESTENDIDA

Buscando solucionar esta limitação, Durce (2012) propõe uma metodologia na qual as injeções de potência exigidas pelos alimentadores de distribuição não sejam previamente conhecidas.

Em seu trabalho, as diferenças entre as injeções de potência causadas pela aplicação de diferentes ângulos base para os sistemas de transmissão e distribuição são tratadas como injeções de potência fictícias de compensação nas barras de fronteira, sendo estas modeladas como novas variáveis de estado, representadas pela (FIGURA 17).

FIGURA 17 - POTÊNCIAS DE COMPENSAÇÃO NAS BARRAS DE FRONTEIRA.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

Na qual:

C_k^P, C_k^Q são, respectivamente, as potências de compensação ativa e reativa da barra k ;

P_{kl} e Q_{kl} são os fluxos de potência da barra de compensação para o sistema de transmissão, calculados pelas equações (2.3) e (2.4);

$P_a^{AD1}, P_b^{AD1}, P_c^{AD1}$ são os fluxos de potência ativa da barra de compensação para o alimentador da distribuição nas fases a, b e c, respectivamente;

$Q_a^{AD1}, Q_b^{AD1}, Q_c^{AD1}$ são os fluxos de potência reativa da barra de compensação para o alimentador da distribuição nas fases A, B e C, respectivamente.

A inclusão das potências de compensação como variáveis de estado novas resulta em um vetor de estados estendido, dado por:

$$x = [\theta \quad V \quad C^P \quad C^Q]^T. \quad (5.3)$$

Na qual C^P e C^Q são, respectivamente, os vetores das potências de compensação ativa e reativa, possuindo dimensão igual ao número de barras de fronteira (NFR). Estas são incluídas nas equações de injeção de potência ativa e reativa, respectivamente, assim a nova injeção de potência para a barra de compensação k passa a ser dada por, para o caso trifásico:

$$P_k = C^P + \sum_{p=1}^3 V_k^p \sum_{i \in I} \sum_{m=1}^3 V_i^m (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}) \quad (5.4)$$

$$Q_k = C^Q + \sum_{p=1}^3 V_k^p \sum_{i \in I} \sum_{m=1}^3 V_i^m (G_{ki}^{pm} \sin \theta_{ki}^{pm} - B_{ki}^{pm} \cos \theta_{ki}^{pm}). \quad (5.5)$$

Na qual:

I é o conjunto de barras do sistema de distribuição adjacentes a barra k , incluindo a própria barra k .

Ademais, as relações entre os fluxos de potência das linhas adjacentes às barras de fronteira, representadas pelas equações (5.1) e (5.2), são incluídas como novas equações no sistema a ser resolvido. Considerando que o transformador de fronteira é conectado através das barras k e l , sendo k a barra de compensação e N_l linhas de distribuição são conectadas a barra k , as equações supracitadas resultam em:

$$PB_k = P_{kl}^{cpu}(V, \theta) + \sum_{m \in \Omega_k^D} P_{km}^{cpu}(V, \theta) = 0 \quad (5.6)$$

$$QB_k = Q_{kl}^{cpu}(V, \theta) + \sum_{m \in \Omega_k^D} Q_{km}^{cpu}(V, \theta) = 0. \quad (5.7)$$

Nas quais:

PB_k , QB_k são, respectivamente, os balanços de potência ativa e reativa das barras de compensação, considerando os seus ramos adjacentes na mesma base de potência complexa;

P_{kl}^{cpu} , Q_{kl}^{cpu} são, respectivamente, os fluxos de potência ativa e reativa através do transformador de fronteira, estando estes convertidos para o mesmo ângulo de base dos alimentadores adjacentes;

Ω_k^D é o conjunto de barras de distribuição adjacentes à barra k .

Considerando que tanto o sistema de transmissão quanto os alimentadores de distribuição possuem a mesma base de potência, que o ângulo base do sistema de transmissão é igual a zero e que o ângulo base da distribuição é ϕ_{base} , a conversão dos fluxos de potência através do transformador de fronteira (P_{kl}^{pu} e Q_{kl}^{pu}) para o ângulo base dos alimentadores de distribuição é feita por:

$$P_{kl}^{cpu} = P_{kl}^{pu}(V, \theta) \cos \phi_{base} - Q_{kl}^{pu}(V, \theta) \sin \phi_{base} \quad (5.8)$$

$$Q_{kl}^{cpu} = Q_{kl}^{pu}(V, \theta) \cos \phi_{base} + P_{kl}^{pu}(V, \theta) \sin \phi_{base}. \quad (5.9)$$

Com a inclusão das equações (5.6) e (5.7) no sistema a ser resolvido, as equações algébricas não lineares do sistema a ser resolvido, apresentada inicialmente na seção 2.2.1, passam a ser:

$$g(x) = g(V, \theta, C^P, C^Q) = \begin{bmatrix} \Delta P(V, \theta, C^P) \\ \Delta Q(V, \theta, C^Q) \\ \Delta PB(V, \theta) \\ \Delta QB(V, \theta) \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (5.10)$$

Este problema pode ser resolvido através de qualquer método iterativo existente de solução de sistemas algébricos não lineares, mas para o método de

Newton-Raphson, especificamente, o sistema resultante a ser resolvido em cada iteração v passa a ser:

$$\begin{bmatrix} \Delta P(V, \theta, C^P) \\ \Delta Q(V, \theta, C^Q) \\ \Delta PB(V, \theta) \\ \Delta QB(V, \theta) \end{bmatrix}^v = -J(x^v) \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta C^P \\ \Delta C^Q \end{bmatrix}^v. \quad (5.11)$$

O sistema antes da extensão dos vetores de estado possuía dimensão $2NPQ + NPV$. Com a adição das variáveis C^P e C^Q , o sistema estendido é acrescido em $2NFR$ equações, passando a possuir dimensão $2NPQ + NPV + 2NFR$. Além disso, a matriz Jacobiana associada ao sistema é dada por:

$$J(x^v) = J(V^v, \theta^v, C^{P^v}, C^{Q^v}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Delta P)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial V} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial C^P} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial C^Q} \\ \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial V} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial C^P} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial C^Q} \\ \frac{\partial(\Delta PB)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta PB)}{\partial V} & \frac{\partial(\Delta PB)}{\partial C^P} & \frac{\partial(\Delta PB)}{\partial C^Q} \\ \frac{\partial(\Delta QB)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta QB)}{\partial V} & \frac{\partial(\Delta QB)}{\partial C^P} & \frac{\partial(\Delta QB)}{\partial C^Q} \end{bmatrix}^v$$

$$J(x^v) = \begin{bmatrix} H & N & H_P & 0 \\ M & L & 0 & L_Q \\ H_f & N_f & 0 & 0 \\ M_f & L_f & 0 & 0 \end{bmatrix}^v. \quad (5.12)$$

E as variáveis de estado passam a ser atualizadas por:

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta \theta^v \quad (5.13)$$

$$V^{v+1} = V^v + \Delta V^v \quad (5.14)$$

$$C^{P^{v+1}} = C^{P^v} + \Delta C^{P^v} \quad (5.15)$$

$$C^{Q^{v+1}} = C^{Q^v} + \Delta C^{Q^v}. \quad (5.16)$$

Os passos para a solução do sistema são basicamente os mesmos apresentados na seção 2.3.1 deste documento. Faz-se interessante notar que a inclusão das injeções de potência de compensação no método causa aumento da dimensão do sistema igual a duas vezes o número de barras de fronteira ($2NFR$),

sendo acrescentadas linhas e colunas referentes aos alimentadores que se deseja representar fisicamente.

5.4 FORMULAÇÃO ESTENDIDA DO MÉTODO DESACOPLADO RÁPIDO

Para que o método desacoplado rápido seja utilizado com a formulação estendida, são necessárias as mesmas aproximações utilizadas no método desacoplado rápido apresentado na seção 4.2.3 deste trabalho. O que resulta em dois subsistemas a serem resolvidos apresentados pelas equações 5.17 e 5.18, sendo estes os subproblemas ativo e reativo, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta PB \end{bmatrix}^v = \begin{bmatrix} H & H_P \\ H_f & 0 \end{bmatrix}^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta C^p \end{bmatrix}^v \quad (5.17)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta QB \end{bmatrix}^v = \begin{bmatrix} L & L_Q \\ L_f & 0 \end{bmatrix}^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta C^q \end{bmatrix}^v. \quad (5.18)$$

Nas quais:

$$H = B' \quad (5.19)$$

$$\begin{cases} H_{P_{km}} = 0 \\ H_{P_{kk}} = 1 \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\begin{cases} H_{f_{kl}} = B_{kl} \cos \varphi_{base} - G_{kl} \sin \varphi_{base} \\ H_{f_{kk}} = \sum_{m \in \Omega_k^p} (B_{km}) \\ H_{f_{km}} = B_{km} \end{cases} \quad (5.21)$$

$$L = B'' \quad (5.22)$$

$$\begin{cases} L_{Q_{km}} = 0 \\ L_{Q_{kk}} = 1 \end{cases} \quad (5.23)$$

$$\begin{cases} L_{f_{kl}} = G_{kl} \sin \varphi_{base} - B_{kl} \cos \varphi_{base} - 2B_{kk} \\ L_{f_{kk}} = \sum_{m \in \Omega_k^p} (-B_{km}) \\ L_{f_{km}} = -B_{km} \end{cases} \quad (5.24)$$

A atualização das variáveis e resolução do sistema seguem os mesmos passos do método desacoplado rápido tradicional, porém com a adição das potências de compensação.

5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado o fluxo de potência estendido entre sistemas de transmissão e alimentadores de distribuição fisicamente representados de forma trifásica.

O fluxo de potência unificado entre T&D permite o estudo do impacto causado pelos alimentadores da distribuição no sistema de transmissão. Esta unificação é possível graças à aplicação da normalização complexa com diferentes ângulos base para os sistemas de transmissão e para os diversos alimentadores da distribuição.

Contudo, a normalização complexa com diferentes ângulos base em um mesmo sistema de potência implica em modificações à formulação do fluxo de potência para que a equivalência entre os diferentes subsistemas seja mantida. Para tanto são incluídas variáveis novas à formulação, denominadas de injeções de potência fictícias, e estas são incluídas as barras de compensação entre os sistemas de T&D.

A inclusão destas novas variáveis faz o tamanho do sistema a ser resolvido pelo método de Newton-Raphson e suas variações aumentar conforme o número existente de alimentadores de distribuição conectados ao sistema de transmissão.

6 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os sistemas-teste utilizados para as simulações, assim como os resultados obtidos. As metodologias apresentadas neste trabalho foram desenvolvidas em ambiente MATLAB®.

Inicialmente serão apresentados os sistemas utilizados para a simulação do fluxo de potência trifásico. Os sistemas apresentados possuem inicialmente topologias radiais e são equilibrados. Contudo, para melhor análise do fluxo de potência trifásico desenvolvido, estes são alterados de forma a possuírem topologias malhadas, barras com geração distribuída, assimetria topológica da rede e maiores relações R/X em suas linhas.

A seguir são apresentados os sistemas utilizados para a simulação do fluxo de potência unificado T&D, para tanto são utilizados um sistema de transmissão do IEEE e mais um sistema de distribuição diferente dos apresentados para o fluxo de potência trifásico. Todas as simulações possuem partida plana, ou seja, no início do processo iterativo todas as tensões do sistema possuem módulo igual à unidade e defasagem angular igual a 0° , 120° e -120° para as fases A, B e C, respectivamente.

Após a descrição dos sistemas-teste são apresentados os resultados obtidos com cada uma das simulações. Os resultados são apresentados em total de meia-iterações, ou seja, são somados o número de meia-iterações necessárias para obtenção da convergência da parte ativa e reativa do problema. Isto se faz necessário, pois, para o método desacoplado rápido, a parte ativa do problema pode terminar de convergir antes da parte reativa, e vice-versa.

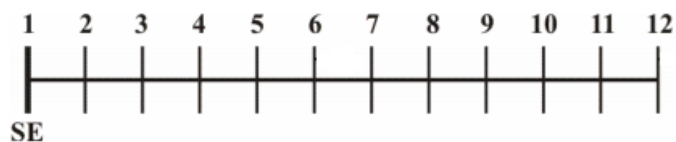
Com relação à aplicação da normalização complexa, foi feita uma varredura em todos os sistemas com diferentes ângulos base, tendo início com 0° e indo até 90° , utilizando somente ângulos múltiplos de 5. Isto foi feito devido à dificuldade de se encontrar previamente um ângulo ideal para a normalização complexa. Além disso, após uma varredura inicial, é possível identificar para qual região angular houve melhor convergência para o sistema estudado, passando então a realizar simulações de estudo do sistema com ângulos dentro desta faixa ótima. Uma breve análise para encontrar esta faixa ótima matematicamente para os sistemas de 12 e 69 barras é feita no (APÊNDICE III).

6.1 SISTEMAS-TESTE

6.1.1 Fluxo de potência trifásico com normalização complexa

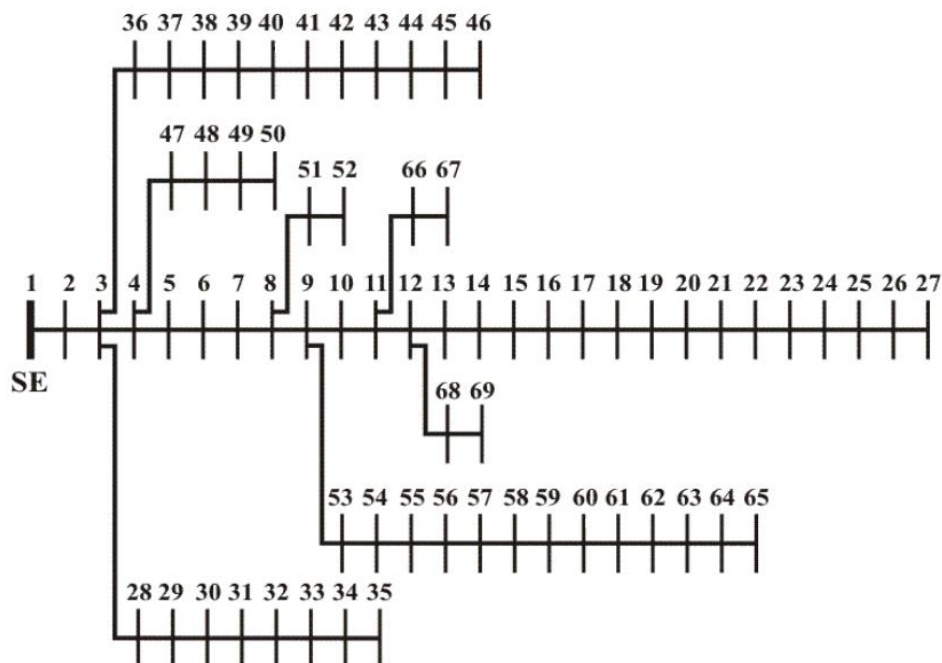
Foram escolhidos dois sistemas-teste de redes de distribuição, um deles é o sistema de 12 barras representado pela (FIGURA 18), enquanto o outro é um sistema de 69 barras representado pela (FIGURA 19). Ambos são sistemas radiais, com relações R/X típicas de sistemas de distribuição e seus dados de topologia podem ser encontrados no artigo de Eminoglu et al. (2010).

FIGURA 18 - SISTEMA-TESTE DE 12 BARRAS.



FONTE: Durce (2012).

FIGURA 19 - SISTEMA-TESTE DE 69 BARRAS.



FONTE: Durce (2012)..

Embora os dados apresentados por Eminoglu et al. (2010) sejam monofásicos, os sistemas testados foram tratados como trifásicos através da replicação dos dados monofásicos para as três fases. Também foram adicionadas

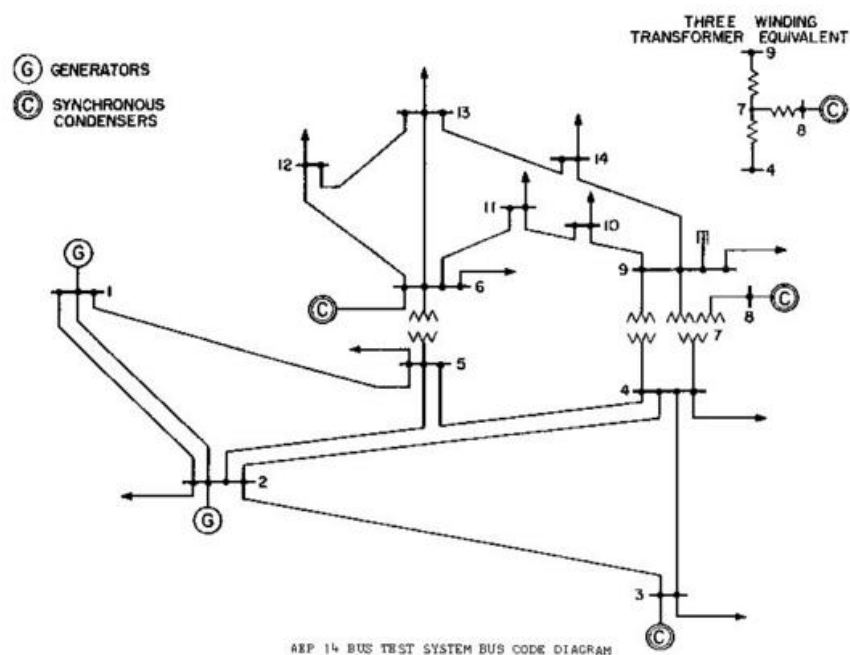
impedâncias mútuas entre as fases com valor de 20% das impedâncias próprias. Os dados de barra e linha de ambos os sistemas são apresentadas no (APÊNDICE I).

Foram feitas ainda modificações em ambos os sistemas para testar a metodologia proposta em diferentes cenários, denominados Casos A, B, C e D, sendo apresentados mais a frente. Além disso, um fator de multiplicação λ foi criado para elevar artificialmente a relação R/X média dos sistemas, que multiplica as resistências das linhas. Os sistemas de 12 e 69 barras possuem relações R/X médias de 2,44 e 2,07, respectivamente.

6.1.2 Fluxo de potência unificado

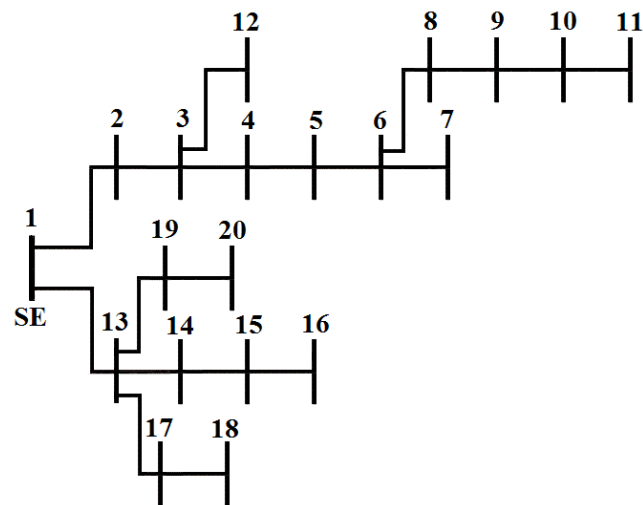
Para realizar testes com o fluxo de potência unificado T&D foram escolhidos os sistemas de 14 barras do IEEE para a rede de transmissão, representado pela (FIGURA 20), e os sistemas de 12 e 20 barras para as redes de distribuição. O sistema de 12 barras é o mesmo que foi apresentado na seção anterior, enquanto o de 20 barras possui representação unifilar apresentada pela (FIGURA 21), seus dados de barra e linha também podem ser encontrados no (APÊNDICE I).

FIGURA 20 - SISTEMA TESTE DE TRANSMISSÃO DE 14 BARRAS DO IEEE.



FONTE: Universidade de Washington (2015).

FIGURA 21 – SISTEMA-TESTE 20 BARRAS.



FONTE: Durce (2012).

6.2 RESULTADOS

6.2.1 Fluxo de potência trifásico com normalização complexa

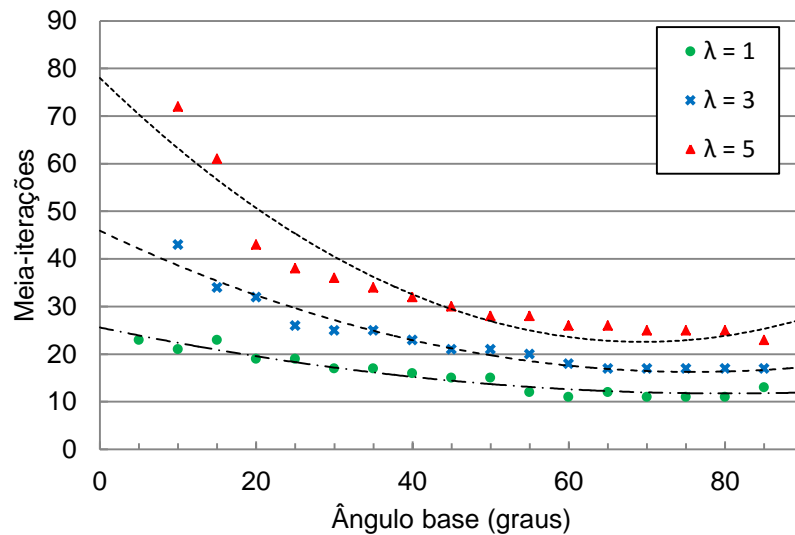
6.2.1.1 Caso A – Topologia radial

Neste caso os dois sistemas são tratados com sua configuração radial original, contendo impedâncias mútuas de 20% do valor das impedâncias próprias e com todas as suas cargas balanceadas. Os resultados para ambos os sistemas são apresentados graficamente nas (FIGURAS 22 a 25), sendo os resultados apresentados em total de meia-iterações necessário para a convergência, assim como suas linhas de tendência. Nas situações em que não ocorre convergência, as figuras não apresentam marcadores para os ângulos sem convergência. As tabelas com resultados mais detalhados podem ser encontradas no (APÊNDICE II).

Os resultados para o sistema de 12 barras, tanto para a versão BX quanto XB, representados pelas (FIGURAS 22 e 23), mostram que a metodologia aplicada não foi capaz de encontrar solução para o sistema quando a normalização convencional é aplicada, ou seja, quando o ângulo base é igual à zero. Contudo, com a aplicação da normalização complexa o método começou a encontrar solução para o sistema, sendo que o número de meia-iterações diminuiu conforme o

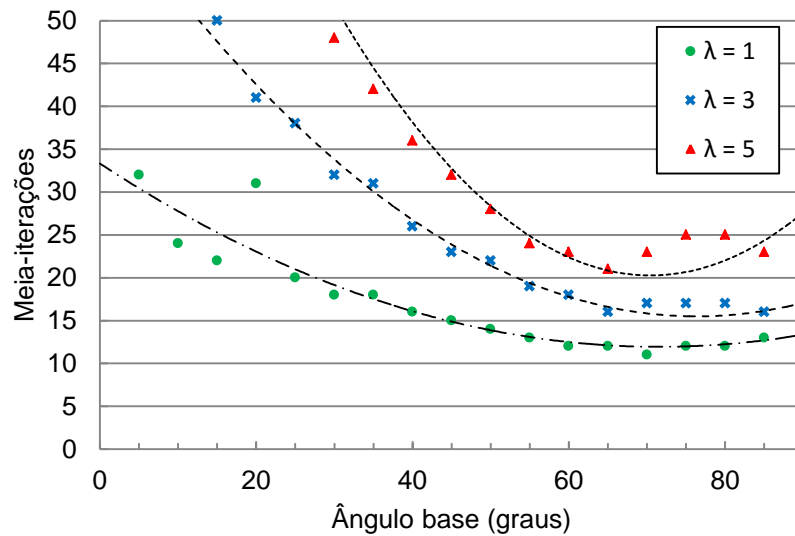
incremento do ângulo base. A convergência foi obtida mais rapidamente na região entre 55 e 75 graus, utilizando aproximadamente onze meia-iterações.

FIGURA 22 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO BX, CASO A.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 23 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO XB, CASO A.

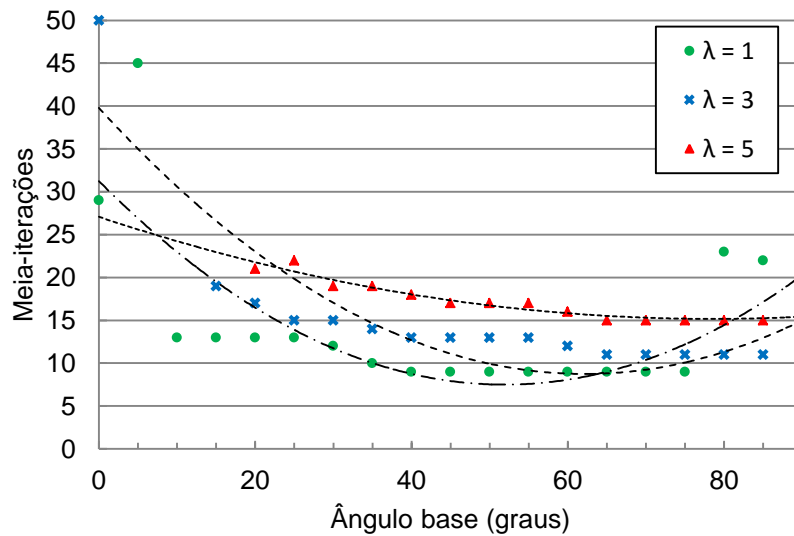


FONTE: O autor (2016).

Os resultados para o sistema de 69 barras são apresentados pelas (FIGURAS 24 e 25). A (FIGURA 24) apresenta os resultados para a versão BX, nela tem-se que para a normalização convencional ($\varphi_{base} = 0^0$) com $\lambda = 1$ e $\lambda = 3$ foram necessárias 29 e 50 meia-iterações, respectivamente, para encontrar a

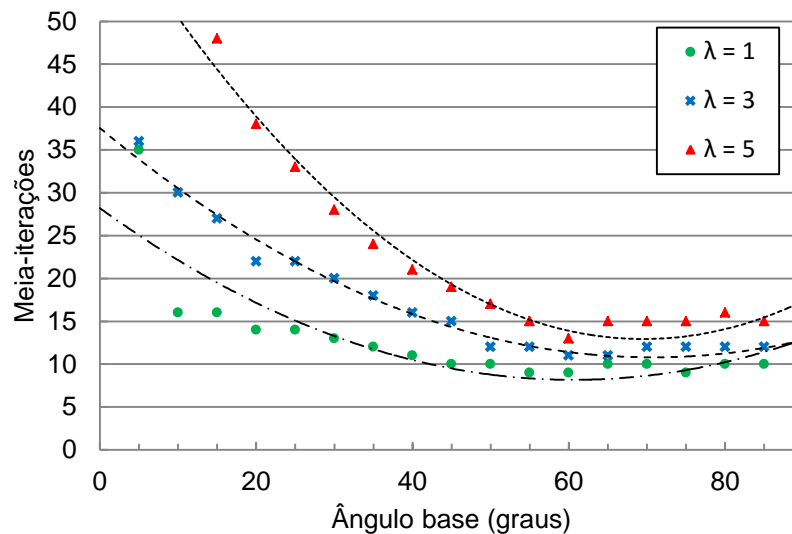
convergência, enquanto que para $\lambda = 5$ não foi encontrada convergência. Contudo, com o aumento do valor de φ_{base} , ou seja, com a aplicação da normalização complexa, o método passou a encontrar solução para o caso em que $\lambda = 5$ quando $\varphi_{base} \geq 20^\circ$, além disso, diminuiu o número de meia-iterações para os casos em que $\lambda = 1$ e $\lambda = 3$. A região de mais rápida convergência do método ocorre quando o ângulo base fica entre 60° e 75° . Da (FIGURA 25), que apresenta os resultados para a versão XB, temos conclusões similares com a versão BX, exceto que para a versão XB não foi encontrada solução para o sistema quando é aplicada a normalização convencional em nenhuma das variações de λ , nem mesmo para o sistema original.

FIGURA 24 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO BX, CASO A.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 25 - CONVERGÊNCIA DO CASO TESTE 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, VERSÃO XB, CASO A.



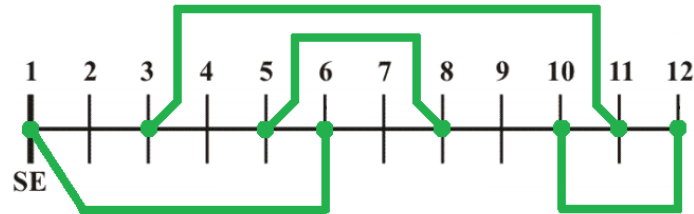
FONTE: O autor (2016).

Pelos resultados obtidos percebe-se que escolher um ângulo de base adequado notoriamente permite a convergência do método desacoplado-rápido para sistemas com elevadas relações R/X, algo que não é possível para a normalização convencional, além de reduzir significativamente o número necessário de meia-iterações para convergência. A aplicação da normalização complexa é crucial principalmente em sistemas com relação R/X mais elevada, nestas simulações isto é representado pela variação com $\lambda = 5$. Este resultado é muito relevante dado o fato de que uma iteração do método desacoplado-rápido é muito mais veloz do que uma iteração do método de Newton-Raphson.

6.2.1.2 Caso B – Topologia malhada

Para verificar o desempenho do método em topologias malhadas, linhas foram adicionadas em ambos os sistemas. Para o sistema de 12 barras, foram adicionadas linhas conectando as barras 1-6, 3-11, 5-8 e 10-12, como mostrado na (FIGURA 26). Já para o sistema de 69 barras foram adicionadas linhas conectando as barras 35-47, 50-67, 67-20, 37-51, 52-43, 52-65, 69-53, 59-46, 15-68, 16-27 e 22-25, como representado na (FIGURA 27). As diferentes cores nesta imagem são somente para melhor visualização das linhas adicionadas.

FIGURA 26 - LINHAS ADICIONADAS AO SISTEMA 12 BARRAS.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

FIGURA 27 - LINHAS ADICIONADAS AO SISTEMA 69 BARRAS.

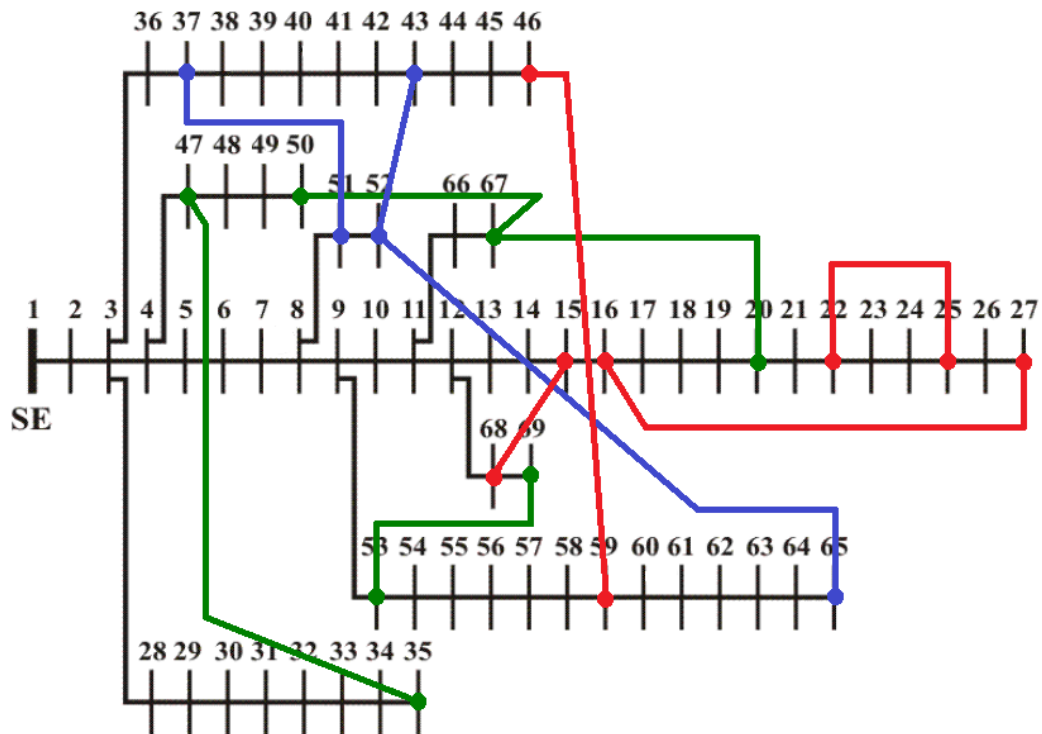
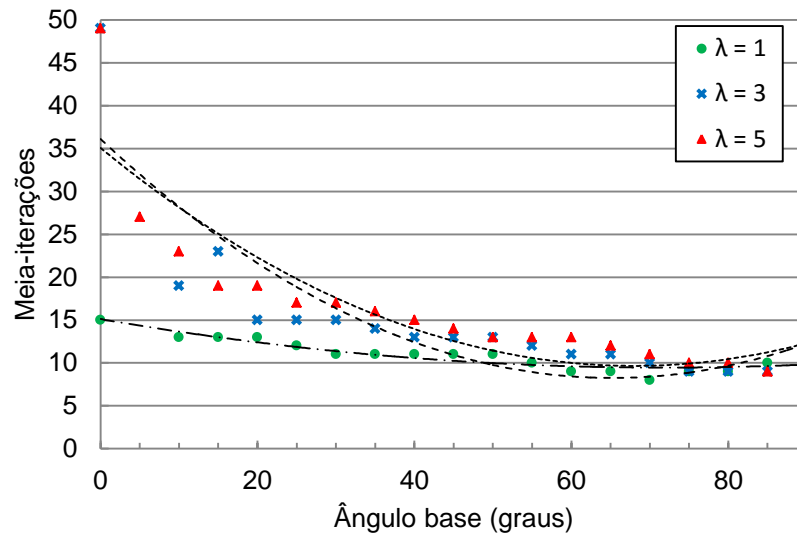
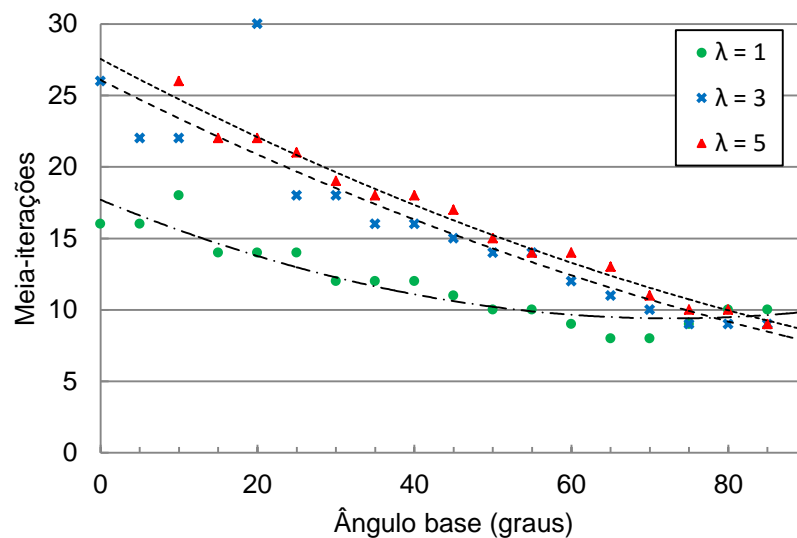


FIGURA 28 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 29 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO XB.

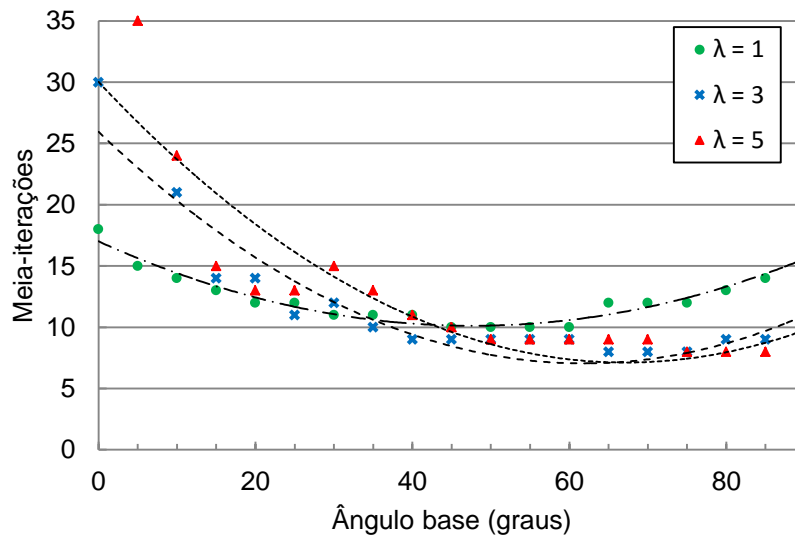


FONTE: O autor (2016).

As (FIGURAS 30 e 31) apresentam os resultados para o sistema de 69 barras para o caso B nas versões BX e XB, respectivamente. Nelas também é observado o mesmo comportamento do caso anterior, conforme o incremento do ângulo base o número de meia-iterações necessárias para convergência é reduzido,

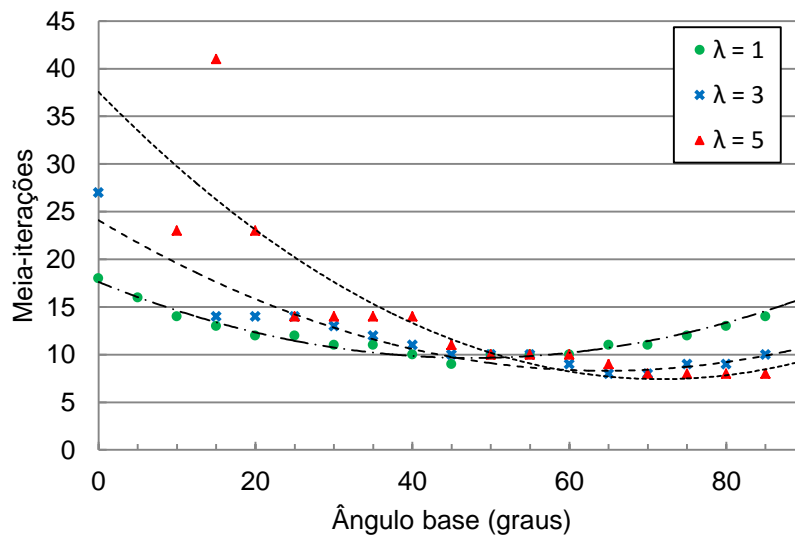
para ambas as versões a região de mais rápida convergência se apresenta entre os ângulos 60° e 80°.

FIGURA 30 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 31 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO B, VERSÃO XB.



FONTE: O autor (2016).

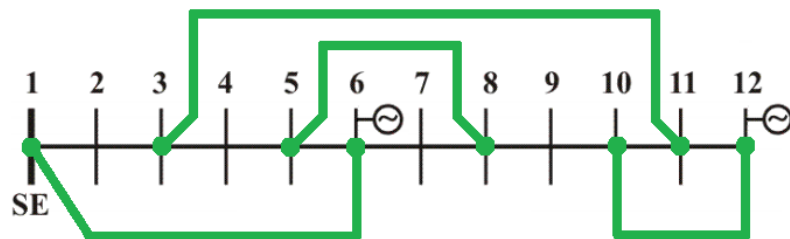
Dos resultados apresentados pelos gráficos das (FIGURAS 28 a 31), é percebido que a topologia malhada reduz o número de iterações necessárias para convergência. Este resultado é esperado, pois métodos baseados no método de Newton-Raphson foram feitos para solucionar este tipo de problema, contudo, o

resultado obtido ressalta o desempenho do método desacoplado-rápido para a solução deste tipo de situação, visto que este não é resolvido adequadamente por métodos baseados na varredura. As tabelas com resultados mais detalhados podem ser encontradas no (APÊNDICE II).

6.2.1.3 Caso C – Topologia malhada com geração distribuída

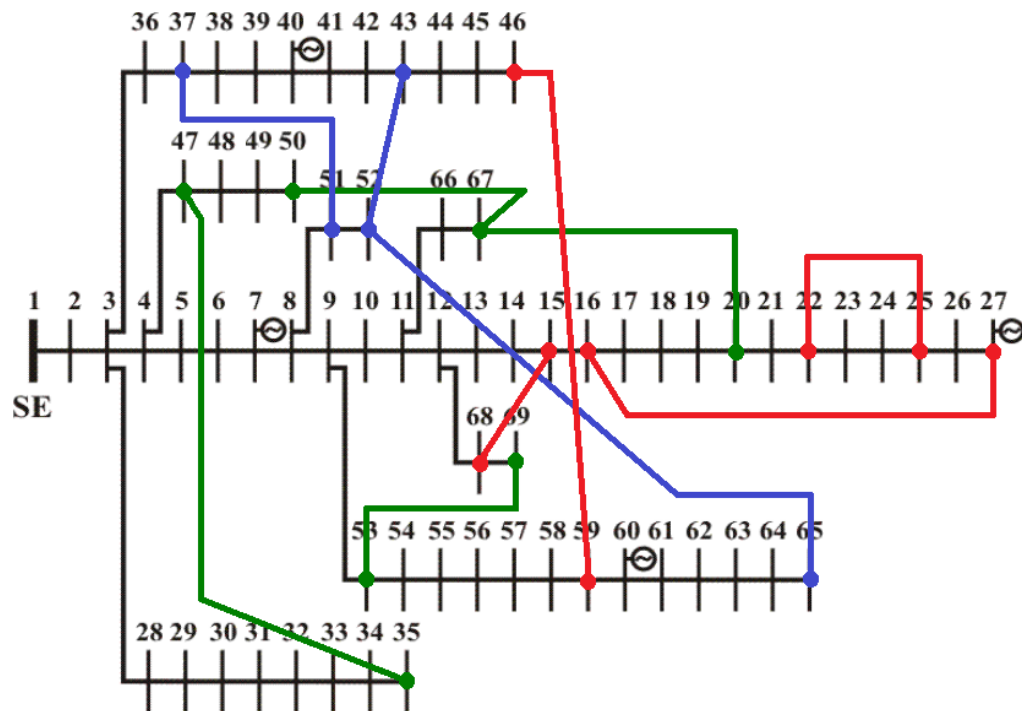
Para verificar o desempenho do método em sistemas de distribuição emergentes, ou seja, com topologia malhada e presença de geração distribuída, geradores modelados como barras PQ foram adicionados em ambos os sistemas do Caso B. Para o sistema de 12 barras, foram adicionados geradores às barras 6 e 12. Já para o sistema de 69 barras foram adicionados geradores às barras 7, 27, 40 e 60. Os dois sistemas são representados pelas (FIGURAS 32 e 33). A potência injetada pelos geradores é de grandeza suficiente para criar fluxos bidirecionais de potência nas duas redes teste.

FIGURA 32 - SISTEMA 12 BARRAS MALHADO COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

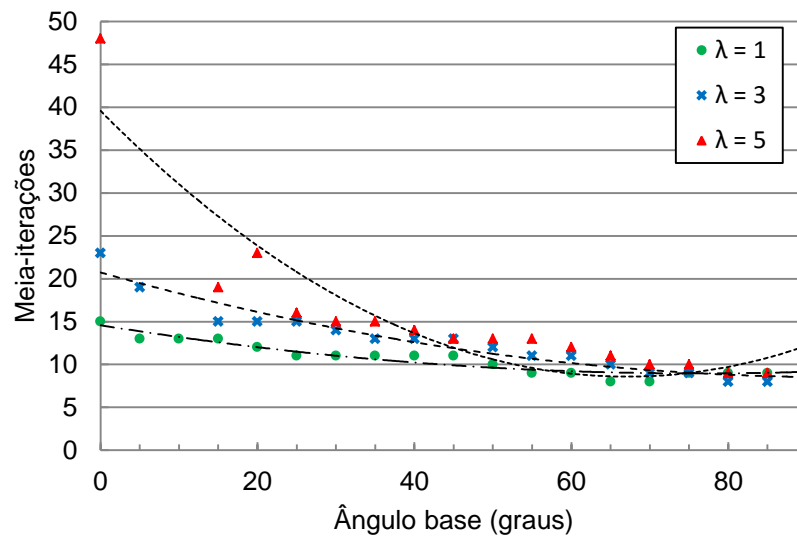
FIGURA 33 - SISTEMA 69 BARRAS MALHADO COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

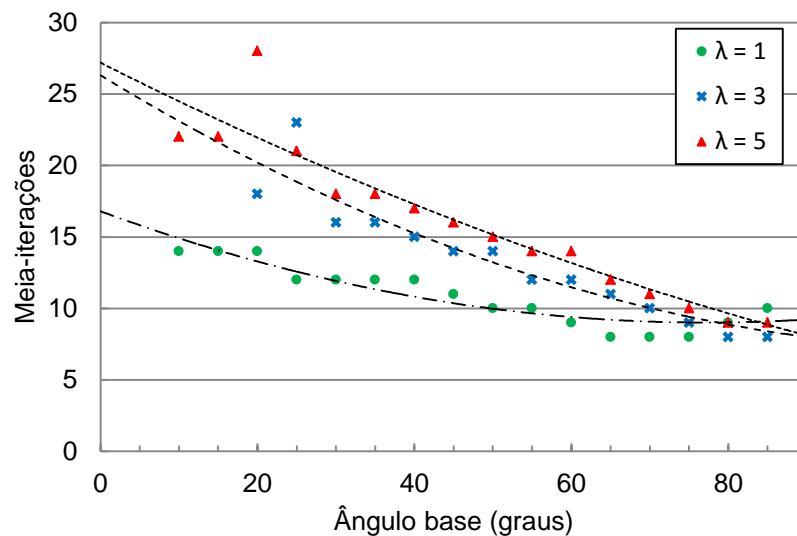
O comportamento apresentado pelas (FIGURAS 34 e 35), que apresentam o resultado para o sistema de 12 barras caso C, nas versões BX e XB, respectivamente, são muito similar ao apresentado pelo caso B. Conforme a elevação do ângulo base o número de meia-iterações para convergência é reduzido, sendo que a região compreendida entre os ângulos 60° e 80° é a que apresenta menor número de meia-iterações necessárias para convergência.

FIGURA 34 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

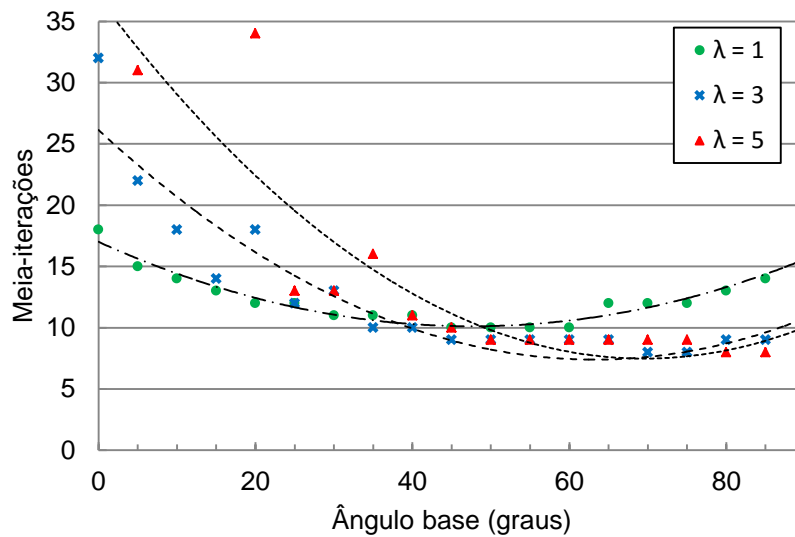
FIGURA 35 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO XB.



FONTE: O autor (2016).

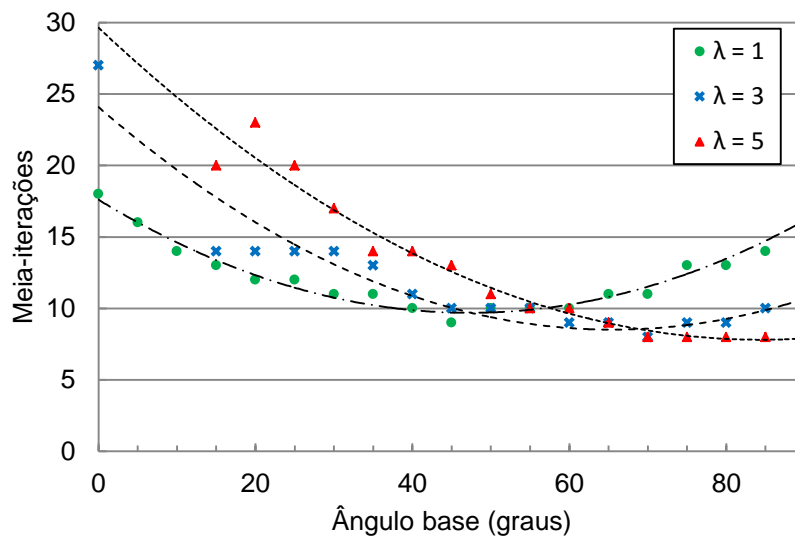
O comportamento apresentado pelo sistema 69 barras caso C, nas versões BX e XB, pode ser observado nas (FIGURAS 36 e 37). Nelas temos que o comportamento da convergência para o caso C é muito similar ao apresentado pelo caso B, sendo que conforme o incremento do ângulo base o número de meia-iterações para convergência se reduz. A região com convergência mais rápida se encontra entre os ângulos 55° e 75° .

FIGURA 36 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 37 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO C, VERSÃO XB.



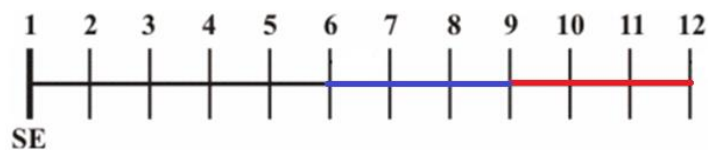
FONTE: O autor (2016).

Das (FIGURAS 34 a 37), tem-se que a presença de geração distribuída faz o número de iterações necessárias para a convergência se elevar, principalmente para o caso da normalização convencional, contudo com ângulos base diferentes de zero essa elevação no número de iterações não é significativa. Consequentemente a presença da geração distribuída não afeta significativamente o método desacoplado-rápido com a aplicação da normalização complexa. As tabelas com resultados mais detalhados podem ser encontradas no (APÊNDICE II).

6.2.1.4 Caso D – Topologia radial com assimetria

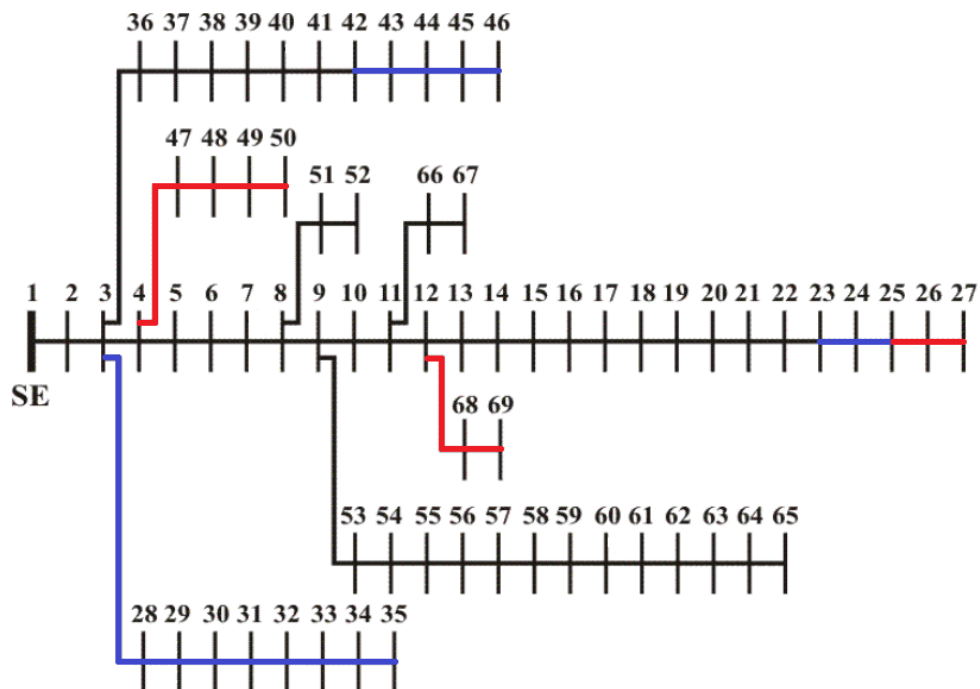
Para verificar o desempenho do método em redes trifásicas assimétricas, assimetrias foram incluídas em ambos os sistemas. Para o sistema de 12 barras as linhas entre as barras 6 e 9 foram feitas bifásicas (fases A-B) e as linhas entre as barras 9 e 12 monofásicas (fase A). Já para o sistema de 69 barras as linhas entre as barras 23 e 25 foram feitas bifásicas (fases A-C), 25 e 27 monofásica (fase C), 3 e 35 bifásicas (fases A-B), 42 e 46 bifásicas (fases B-C), 4 e 50 monofásicas (fase C), e, finalmente, 12 e 69 monofásica (fase A). Estes sistemas são representados pelas (FIGURAS 38 e 39).

FIGURA 38 – SISTEMA 12 BARRAS ASSIMÉTRICO, AS LINHAS EM VERMELHO SÃO MONOFÁSICAS, AS EM AZUL BIFÁSICAS.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

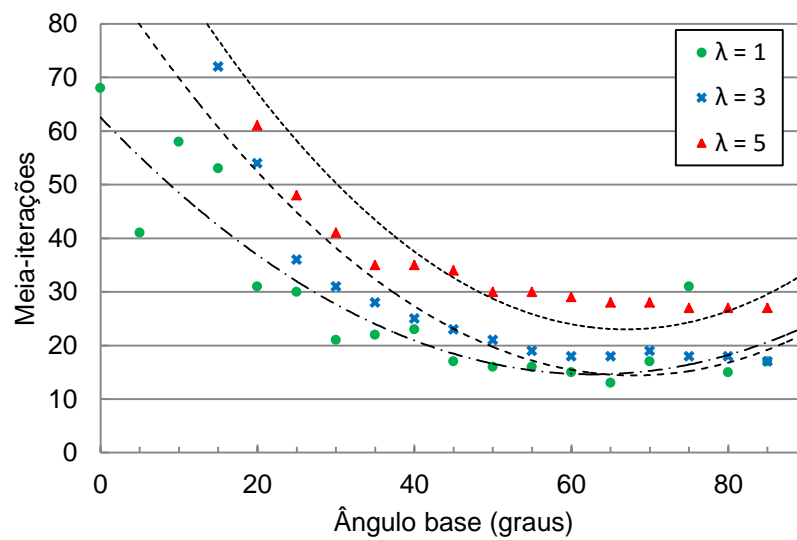
FIGURA 39 - SISTEMA 69 BARRAS ASSIMÉTRICO, AS LINHAS EM VERMELHO SÃO MONOFÁSICAS, AS EM AZUL BIFÁSICAS.



FONTE: Adaptado de Durce (2012).

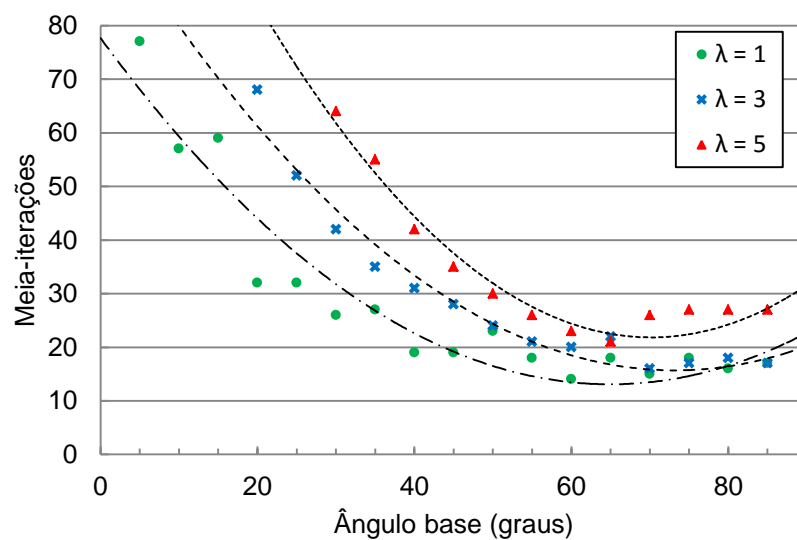
As (FIGURAS 40 e 41) apresentam os resultados para o sistema de 12 barras caso D, nas versões BX e XB, respectivamente. Nelas pode-se observar que a devido a inserção de assimetrias topológicas na rede o processo de convergência é prejudicado, assim o número de meia-iterações necessárias para convergência é elevado para os casos que utilizam ângulos base pequenos, ou mesmo a convergência não é encontrada. Contudo, na região com ângulo base entre 60° e 80° a convergência é mais facilmente obtida.

FIGURA 40 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

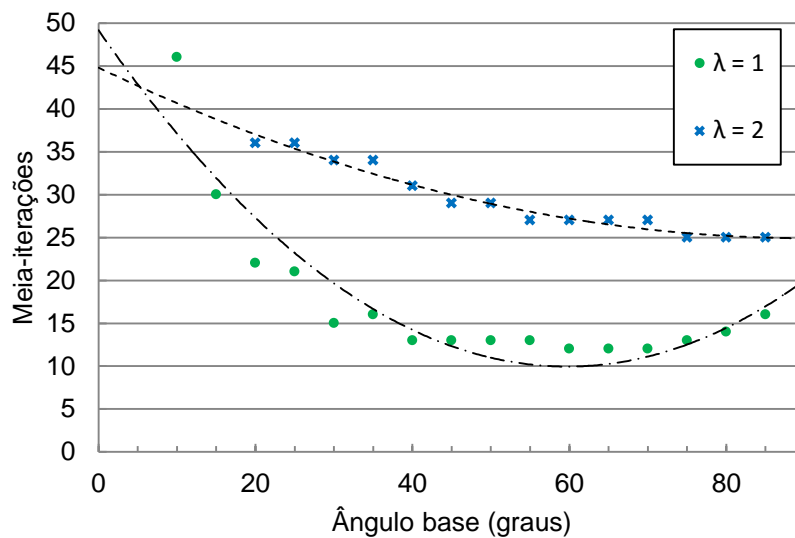
FIGURA 41 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 12 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO XB.



FONTE: O autor (2016).

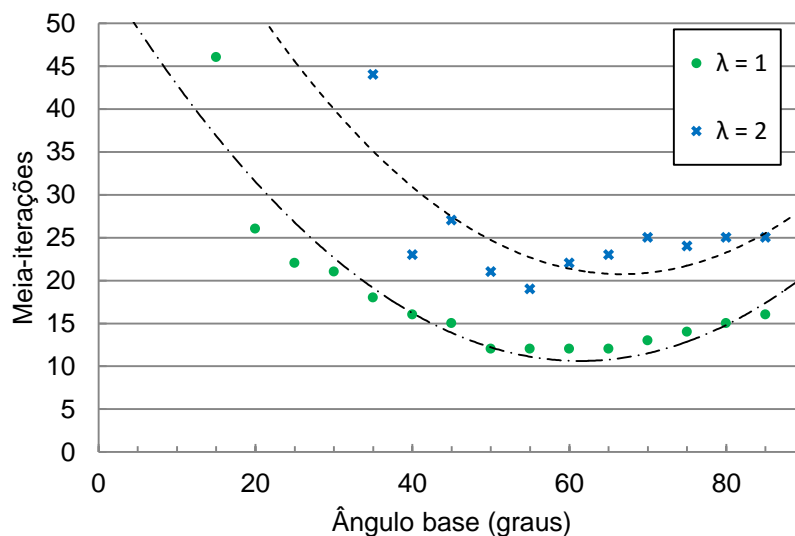
As (FIGURAS 42 e 43) apresentam os resultados obtidos para o sistema de 69 barras caso D, nas versões BX e XB, respectivamente. A inclusão de assimetrias topológicas também prejudicou a convergência do método neste sistema, sendo possível simular o sistema somente com $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$. A convergência foi obtida somente com ângulos base maiores que 15° , ou seja, a normalização convencional foi incapaz de encontrar solução para o sistema nesta condição topológica. A região com melhor velocidade de convergência se encontra entre os ângulos 50° e 75° .

FIGURA 42 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO BX.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 43 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA 69 BARRAS EM MEIA-ITERAÇÕES, CASO D, VERSÃO XB.



FONTE: O autor (2016).

Ao observar os dados obtidos, apresentados pelas (FIGURAS 40 a 43), é perceptível que a assimetria prejudica a convergência do método, principalmente para ângulos base pequenos, inclusive impedindo a convergência para o caso da normalização convencional, ou seja, quando o ângulo base é igual à zero. Assim, a presença de assimetrias na rede prejudica significativamente a convergência do método apresentado e a utilização de um ângulo base adequado na normalização complexa é crucial para a obtenção da convergência. As tabelas com resultados mais detalhados podem ser encontrados no (APÊNDICE II).

6.2.2 Fluxo de potência unificado

6.2.2.1 Casos A e B – Operação radial e em anel, respectivamente

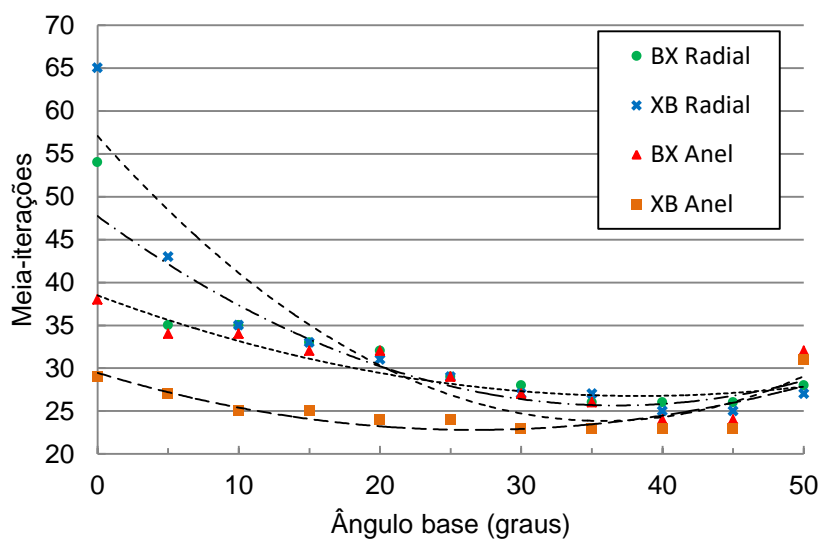
Para o Caso A os sistemas de distribuição trifásicos de 12 e 20 barras foram conectados ao sistema de transmissão de 14 barras nas barras de número 6 e 14 da rede de transmissão, respectivamente. Além disso, foi considerada a operação radial entre os dois sistemas de distribuição distintos. Entretanto o mesmo ângulo base foi aplicado em ambos os sistemas de distribuição, enquanto o ângulo base do sistema de transmissão é mantido igual à zero. Os resultados obtidos para as variações BX e XB do método desacoplado rápido são apresentados pela (TABELA 3) e (FIGURA 44), não foi obtida convergência com ângulos base maiores que 50 graus.

TABELA 3 - RESULTADOS DO SISTEMA T&D COM OPERAÇÃO RADIAL, CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base para sistemas de distribuição (graus)	Radial		Anel	
	BX	XB	BX	XB
0	54	65	38	29
5	35	43	34	27
10	35	35	34	25
15	33	33	32	25
20	32	31	32	24
25	29	29	29	24
30	28	27	27	23
35	26	27	26	23
40	26	25	24	23
45	26	25	24	23
50	28	27	32	31

FONTE: O autor (2016)

FIGURA 44 - CONVERGÊNCIA PARA O SISTEMA T&D, CASO A, VERSÕES BX E XB.



FONTE: O autor (2016).

Já para o caso B são considerados os mesmos sistemas do caso anterior (caso A – operação radial), porém os sistemas de distribuição trifásicos de 12 e 20 barras foram conectados em anel pelas suas barras 12 e 20, respectivamente. O mesmo ângulo base foi aplicado em ambos os sistemas de distribuição, sendo o ângulo base do sistema de transmissão mantido igual à zero. Os resultados obtidos

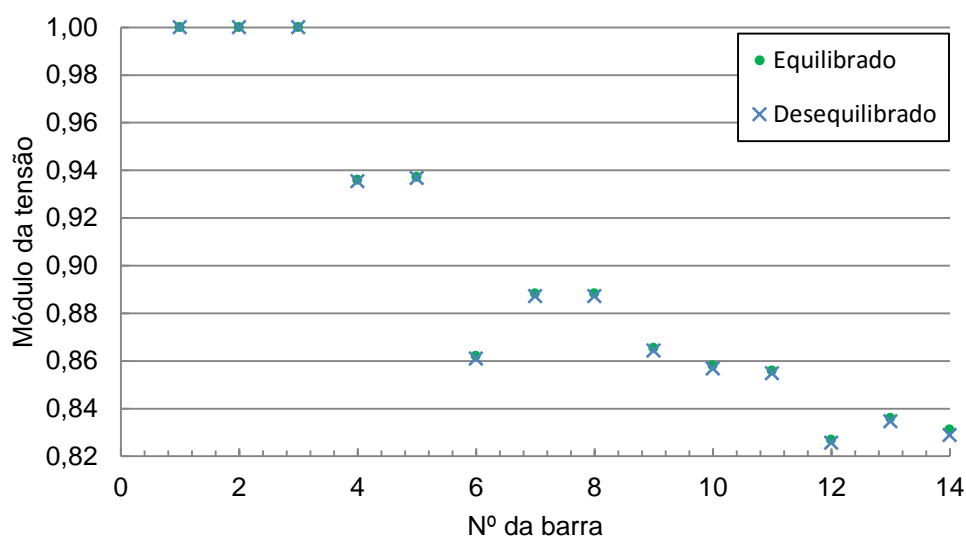
para as variações BX e XB do método desacoplado rápido são apresentados pela Tabela 3 e Figura 44, não foi obtida convergência com ângulos base maiores que 50 graus.

Pelos resultados temos que o método proposto do fluxo de potência unificado entre a transmissão e distribuição trifásica é possível de ser realizado, tendo sua convergência melhorada através da aplicação da normalização complexa às redes de distribuição. O ângulo base utilizado para normalização da distribuição afeta significativamente a convergência do método proposto, podendo melhorar a sua eficiência. A operação em anel dos alimentadores de distribuição apresenta convergência ligeiramente mais rápida do que a operação radial.

6.2.2.2 Caso C – Alimentador da distribuição com cargas desequilibradas

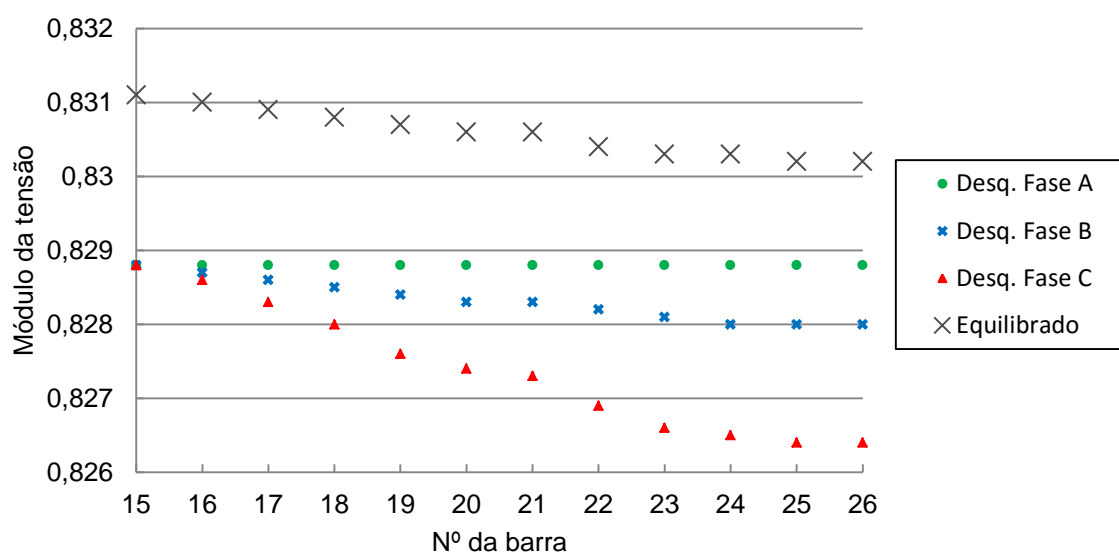
Para este caso foram considerados somente o sistema de transmissão 14 barras e o alimentador de distribuição de 12 barras conectado à última barra do sistema de transmissão. Além disso, as cargas no alimentador foram modificadas para se tornarem desbalanceadas, na fase A foi mantida a carga original para comparação, na fase B a carga foi aumentada em 340 vezes e na fase C em 1020 vezes. Estes aumentos notórios das cargas nas fases B e C foram necessários para conseguir observar diferenças significativas nos níveis de tensão em cada uma das fases. As (FIGURAS 45 e 46) apresentam os perfis de tensão da transmissão e distribuição desbalanceada do sistema interligado, nestes também é apresentado o perfil de tensão para o caso com alimentador da distribuição equilibrado.

FIGURA 45 - PERFIL DE TENSÃO DA TRANSMISSÃO COM ALIMENTADOR DA DISTRIBUIÇÃO DESBALANCEADO.



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 46 - PERFIL DE TENSÃO DO ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO COM CARGA DESBALANCEADA.



FONTE: O autor (2016).

O perfil de tensão no sistema de transmissão sofre pequenas variações nos módulos das tensões, principalmente para barras mais próximas ao alimentador da distribuição, isto se deve à elevação das cargas nas fases B e C da distribuição. No alimentador da distribuição também já ocorrem diferenças nos módulos desde sua primeira barra, esta diferença é mais acentuada nas últimas barras do alimentador e para a sua fase mais carregada. Com os resultados obtidos é notório que a

metodologia apresentada é capaz de solucionar fluxos de potência com alimentadores da distribuição desbalanceados.

6.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os sistemas-teste utilizados para as simulações do fluxo de potência trifásico com normalização complexa e do fluxo de potência unificado entre T&D, assim como os resultados encontrados para cada simulação.

Foi notado que através da normalização complexa é possível encontrar a convergência do método desacoplado rápido em situações nas quais a convergência não seria obtida caso fosse utilizada a normalização convencional. Além disso, a normalização complexa também melhora significativamente a eficiência do método desacoplado rápido trifásico em sistemas de distribuição radiais conforme a utilização de um ângulo base adequado. A inclusão de malhas nos sistemas melhorou o processo de convergência do método e consequentemente este encontrou soluções utilizando menos iterações. Já a presença da geração distribuída, como barras PQ , não afetou significativamente a convergência do método, mesmo ao injetar potências capazes de criar fluxos bidirecionais nos sistemas. Em todos os casos a correta utilização do ângulo base permite a convergência do algoritmo e/ou notória redução do número de iterações necessárias.

Quanto ao fluxo de potência unificado entre transmissão e distribuição trifásica fisicamente representada, a normalização complexa permite a utilização do método desacoplado rápido e, conforme variação dos ângulos base utilizados, pode ter sua eficiência melhorada. A operação em anel entre os alimentadores da distribuição apresenta convergência pouco melhor que a operação radial. Além disso, a metodologia proposta foi capaz de encontrar solução para o fluxo de potência unificado quando o alimentador da distribuição está desequilibrado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 CONCLUSÕES

Neste documento é apresentado o comportamento do método desacoplado rápido de solução do fluxo de potência trifásico associado à técnica de normalização complexa do sistema de potência, visando sua utilização em redes de distribuição emergentes.

A normalização complexa permite ajustar artificialmente as relações R/X dos sistemas de distribuição a fim de tornar aplicável a utilização do método desacoplado rápido para a solução do fluxo de potência em redes com a dada topologia.

O presente trabalho foi capaz de consolidar esta metodologia, permitindo solução do fluxo de potência para redes de distribuição emergentes. Estas contam com presença de geração distribuída, topologias malhadas, além de cargas e linhas desbalanceadas, típico de redes de distribuição, justificando assim a formulação trifásica do problema.

A utilização da normalização complexa permite a convergência do método desacoplado rápido em sistemas de distribuição com elevada relação R/X , mesmo em sistemas em que através da normalização convencional não é obtida convergência. Outro ponto importante é que a normalização complexa pode diminuir significativamente o número de iterações necessárias para a convergência do método conforme a escolha do ângulo base. A adequação das relações R/X depende da escolha deste ângulo adotado para a base de potência do sistema, possuindo diferentes pontos ótimos para diferentes sistemas de distribuição e afetando significativamente a convergência do método, podendo alcançar patamares próximos aos tipicamente obtidos com o método Newton-Raphson.

Dessa maneira, pode-se afirmar que a combinação da normalização complexa com o método Desacoplado Rápido trifásico se constitui em uma promissora ferramenta para análise de fluxo de potência em sistemas de distribuição.

Após o desenvolvimento do fluxo de potência trifásico pelo método desacoplado rápido associado à normalização complexa ter sido analisado, foi realizada a extensão deste método ao unir a ele o cálculo do fluxo de potência

monofásico nas redes de transmissão, realizando assim o fluxo de potência unificado.

Este é possível graças à normalização complexa, capaz de adequar a relação dos sistemas de distribuição para níveis de transmissão, e a inclusão das injeções potências fictícias nas barras de fronteira entre transmissão e distribuição. A aplicação desta abordagem trás algumas vantagens, como a representação trifásica explícita dos sistemas de distribuição e a análise do impacto que os sistemas de distribuição possuem no sistema de transmissão.

Esta nova ferramenta permite o estudo de sistemas de distribuição emergentes e seus efeitos no sistema de transmissão, que podem ser afetados com as alterações causados pelo advento da geração distribuída e pelo conceito de *smart grids* no sistema de distribuição.

7.2 TRABALHOS FUTUROS

A metodologia apresentada neste trabalho pode contribuir com diferentes áreas de estudo do sistema de potência. Em sequência são apresentadas algumas sugestões para a continuidade e aprimoramento do método proposto:

- Generalização da análise trifásica do fluxo de potência com compensação entre diferentes bases de potência complexa, por exemplo, utilizando um ângulo base para a distribuição primária e outro para a distribuição secundária;
- Expandir o fluxo de potência trifásico para estudos de estimação de estados trifásico;
- Aprimoramento da metodologia para torná-la capaz de lidar de maneira eficiente com equipamentos e dispositivos de controle;
- Utilizar a metodologia desenvolvida para avaliar os impactos causados pela geração distribuída de forma mais consistente no sistema elétrico de potência;
- Testar a metodologia utilizada em sistemas de maior porte.

REFERÊNCIAS

- ABDEL-AKHER, M.; NOR, K. M.; RASHID, A. H. A. Improved Three-Phase Power-Flow Methods Using Sequence Components. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 3, p. 1389–1397, 2005.
- ABDEL-AKHER, M.; NOR, K. M.; RASHID, A. H. A. Development of Unbalanced Three-Phase Distribution Power Flow Analysis Using Sequence and Phase Components. **Power System Conference**, p. 406–411, 2008.
- ABDELAZIZ, M. M. A.; FARAG, H. E.; EL-SAADANY, E. F.; MOHAMED, Y. A. I. A Novel and Generalized Three-Phase Power Flow Algorithm for Islanded Microgrids Using a Newton Trust Region Method. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 1, p. 190–201, 2013.
- ARRILLAGA, J.; HARKER, B. J. Fast-decoupled three-phase load flow. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 125, n. 8, p. 734–740, 1978.
- BIRT, K. A.; GRAFFY, J. J.; MCDONALD, J. D. Three Phase Load Flow Program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 95, n. 1, p. 59–65, 1976.
- BROADWATER, R. P.; CHANDRASEKARAN, A.; HUDDLESTON, C. T.; KHAN, A. H. Power flow analysis of unbalanced multiphase radial distribution systems. **Electric Power Systems Research**, v. 14, n. 1, p. 23–33, 1988.
- CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 5, n. 1, p. 391–396, 1990.
- CHEN, T.-H.; CHEN, M.-S.; INOUE, T.; KOTAS, P.; CHEBLI, E. A. Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 6, n. 4, p. 1671–1681, 1991.
- CHENG, C. S.; SHIRMOHARMMADI, D. A Three-Phase Power Flow Method For Real-Time Distribution System Analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 2, p. 671–679, 1995.
- COSTA, V. M. DA; OLIVEIRA, M. L. DE; GUEDES, M. R. Developments in the analysis of unbalanced three-phase power flow solutions. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 29, n. 2, p. 175–182, 2007.
- DURCE, C. C. **Normalização Complexa e Cálculo de Fluxo de Potência Para Sistemas Elétricos Emergentes**. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

DURCE, C. C.; TORTELLI, O. L.; LOURENCO, E. M.; LODDI, T. Complex normalization to perform power flow analysis in emerging distribution systems. 2012 **3rd IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT Europe)**, p. 1–6, 2012.

DŽAFIC, I.; NEISIUS, H.; GILLES, M.; HENSELMEYER, S.; LANDERBERGER, V. Three-Phase Power Flow in Distribution Networks Using Fortescue Transformation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 2, p. 1027–1034, 2013.

EMINOGLU, U.; GÖZEL, T.; HOCAOGLU, M. H. DSPFAP: Distribution systems power flow analysis package using matlab graphical user interface (GUI). **Computer Applications in Engineering Education**, v. 18, n. 1, p. 1–13, 2010.

GARCIA, P. A. N.; MEMBER, S.; PEREIRA, J. L. R.; et al. Three-Phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 15, n. 2, p. 508–514, 2000.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. **Power System Analysis**. Singapore, McGraw-Hill, 1994.

KERSTING, W. H. **Distribution system modeling and analysis**. Boca Raton, CRC Press, 2001.

LIN, W.-M.; TENG, J.-H. Three-phase distribution network fast-decoupled power flow solutions. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 22, n. 5, p. 375–380, 2000.

LOURENÇO, E. M.; LODDI, T.; TORTELLI, O. L. Unified Load Flow Analysis for Emerging Distribution Systems. **2010 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT Europe)**, n. 1, p. 1-7, 2010.

MAHMOUD, K.; ABDEL-AKHER, M. Efficient three-phase power-flow method for unbalanced radial distribution systems. **Melecon 2010 - 2010 15th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference**, n. 1, p. 125–130, 2010.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo: Edgar Blücher, 1983.

PENIDO, R. D. R.; ARAUJO, L. R. DE; CARNEIRO, S.; PEREIRA, J. L. R.; GARCIA, P. A. N. Three-Phase Power Flow Based on Four-Conductor Current Injection Method for Unbalanced Distribution Networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 2, p. 494–503, 2008.

PIZZALI, L. F. O. **Cálculo De Fluxo De Potência Em Redes De Distribuição Com Modelagem A Quatro Fios**, 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho.”, Ilha Solteira, 2003.

SHIRMOHARMNADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 3, n. 2, p. 753–762, 1988.

STREZOSKI, V. C.; TRPEZANOVSKI, L. D. Three-phase asymmetrical load-flow. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 22, n. 7, p. 511–520, 2000.

UNIVERSIDADE DE WASHINGTON. **Power Systems Test Case Archive**. Disponível em: <<https://www.ee.washington.edu/research/pstca/>>. Acesso em: 16 mai. 2015.

ZHANG, X. Fast Three Phase Load Flow Methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 11, n. 3, p. 1547–1554, 1996.

ZIMMERMAN, R. D.; CHIANG, H.-D. Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 4, p. 2045 – 2053, 1995.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – Dados de barra e linha dos sistemas teste

TABELA I. A - DADOS DE BARRA DO SISTEMA 12 BARRAS (FASES A, B E C).

Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)
1	0,06	0,06
2	0,04	0,03
3	0,055	0,055
4	0,03	0,03
5	0,02	0,015
6	0,055	0,055
7	0,045	0,045
8	0,04	0,04
9	0,035	0,03
10	0,04	0,03
11	0,015	0,015
12	0,06	0,06

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. B - DADOS DE LINHA DO SISTEMA 12 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).

Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)
1	1	2	1,089	0,4598
2	2	3	1,1858	0,4961
3	3	4	2,0933	0,8712
4	4	5	3,1823	1,331
5	5	6	1,089	0,4598
6	6	7	1,0043	0,4114
7	7	8	4,4044	1,21
8	8	9	5,6386	1,5972
9	9	10	2,8919	0,8228
10	10	11	1,5125	0,4235
11	11	12	1,2342	0,3509

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. C - DADOS DE BARRA DO SISTEMA DE 69 BARRAS (FASES A, B E C).

Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)
1	0	0	24	0,028	0,02	47	0	0
2	0	0	25	0	0	48	0,079	0,0564
3	0	0	26	0,014	0,01	49	0,3847	0,2745
4	0	0	27	0,014	0,01	50	0,3847	0,2745
5	0	0	28	0,026	0,0185	51	0,0405	0,0283
6	0,0026	0,0022	29	0,026	0,0185	52	0,0036	0,0027
7	0,0404	0,03	30	0	0	53	0,0043	0,0035
8	0,075	0,054	31	0	0	54	0,0264	0,019
9	0,03	0,022	32	0	0	55	0,024	0,0172
10	0,028	0,019	33	0,014	0,01	56	0	0
11	0,145	0,104	34	0,0195	0,014	57	0	0
12	0,145	0,104	35	0,006	0,004	58	0	0
13	0,008	0,0055	36	0,026	0,0186	59	0,1	0,072
14	0,008	0,0055	37	0,026	0,0186	60	0	0
15	0	0	38	0	0	61	1,244	0,888
16	0,0455	0,03	39	0,024	0,017	62	0,032	0,023
17	0,06	0,035	40	0,024	0,017	63	0	0
18	0,06	0,035	41	0,0012	0,001	64	0,227	0,162
19	0	0	42	0	0	65	0,059	0,042
20	0,001	0,0006	43	0,006	0,0043	66	0,018	0,013
21	0,114	0,081	44	0	0	67	0,018	0,013
22	0,0053	0,0035	45	0,0392	0,0263	68	0,028	0,02
23	0	0	46	0,0392	0,0263	69	0,028	0,02

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. D - DADOS DE LINHA DO SISTEMA DE 69 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).

Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)	Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)
1	1	2	0,0005	0,0011	35	3	36	0,0043	0,0107
2	2	3	0,0005	0,0011	36	36	37	0,064	0,1564
3	3	4	0,0014	0,0035	37	37	38	0,1053	0,1229
4	4	5	0,0252	0,0293	38	38	39	0,0305	0,0354
5	5	6	0,3661	0,1864	39	39	40	0,0018	0,0021
6	6	7	0,3811	0,1941	40	40	41	0,7283	0,8509
7	7	8	0,0922	0,047	41	41	42	0,31	0,3622
8	8	9	0,0494	0,0252	42	42	43	0,041	0,0478
9	9	10	0,819	0,2707	43	43	44	0,0091	0,0115
10	10	11	0,1872	0,0619	44	44	45	0,1088	0,1374
11	11	12	0,7113	0,2351	45	45	46	0,001	0,0011
12	12	13	1,03	0,34	46	4	47	0,0034	0,0083
13	13	14	1,0441	0,3449	47	47	48	0,0851	0,2084
14	14	15	1,058	0,3496	48	48	49	0,2898	0,7091
15	15	16	0,1967	0,0651	49	49	50	0,0822	0,2012
16	16	17	0,3744	0,1237	50	8	51	0,0928	0,0473
17	17	18	0,0046	0,0016	51	51	52	0,3319	0,1114
18	18	19	0,3276	0,1083	52	9	53	0,1741	0,0886
19	19	20	0,2106	0,0696	53	53	54	0,2031	0,1034
20	20	21	0,3416	0,1128	54	54	55	0,2842	0,1447
21	21	22	0,0139	0,0046	55	55	56	0,2813	0,1433
22	22	23	0,1592	0,0526	56	56	57	1,59	0,5337
23	23	24	0,3464	0,1144	57	57	58	0,7838	0,263
24	24	25	0,7488	0,2475	58	58	59	0,3042	0,1007
25	25	26	0,3089	0,1021	59	59	60	0,3861	0,1172
26	26	27	0,1733	0,0572	60	60	61	0,5074	0,2585
27	3	28	0,0043	0,0107	61	61	62	0,0975	0,0495
28	28	29	0,064	0,1564	62	62	63	0,1451	0,0737
29	29	30	0,3978	0,1314	63	63	64	0,7105	0,3619
30	30	31	0,0702	0,0232	64	64	65	1,041	0,5302
31	31	32	0,351	0,116	65	11	66	0,2012	0,0611
32	32	33	0,8391	0,2816	66	66	67	0,0046	0,0014
33	33	34	1,7079	0,5647	67	12	68	0,7394	0,2444
34	34	35	1,4739	0,4873	68	68	69	0,0046	0,0016

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. E- DADOS DE BARRA DO SISTEMA 20 BARRAS.

Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	P_g (MW)	Q_g (Mvar)
1	0,84	0,43	0	0
2	0,28	0,14	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0,33	0,17
5	0,46	0,24	0	0
6	0,24	0,12	0	0
7	0,01	0	0	0
8	0,78	0,4	0	0
9	0	0	0,14	0,73
10	0,27	0,14	0	0
11	0,35	0,18	0	0
12	0,01	0	0	0
13	0,21	0,11	0	0
14	0,67	0,34	0	0
15	0,3	0,15	0	0
16	0,43	0,22	0	0
17	0,55	0,28	0	0
18	0,42	0,21	0	0
19	0	0	0,1	0,05
20	0,01	0	0	0

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. F - DADOS DE LINHA DO SISTEMA 20 BARRAS (IMPEDÂNCIAS PRÓPRIAS).

Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)	b (S)	Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)	b (S)
1	1	2	0,8	0,78	0	11	10	11	0,93	0,92	0
2	2	3	0,35	0,34	0	12	2	13	0,92	0,9	0
3	3	4	0,54	0,53	0	13	13	14	1,09	1,07	0
4	3	12	0,62	0,6	0	14	14	15	0,93	0,91	0
5	4	5	0,95	0,92	0	15	15	16	0,93	0,91	0
6	5	6	1,14	1,11	0	16	13	19	0,9	0,88	0
7	6	7	0,97	0,95	0	17	19	20	0,93	0,91	0
8	6	8	0,23	0,23	0	18	13	17	1,15	1,12	0
9	8	9	0,92	0,9	0	19	17	18	1,03	1,01	0
10	9	10	0,8	0,78	0	-	-	-	-	-	-

FONTE: Eminoglu et al. (2010).

TABELA I. G - DADOS DE BARRA DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO 14 BARRAS.

Barra	P_d (MW)	Q_d (Mvar)	P_g (MW)	Q_g (Mvar)
1	0	0	232,4	0
2	21,7	12,7	40	0
3	94,2	19	0	0
4	47,8	3,9	0	0
5	12,8	7,58	0	0
6	11,2	7,5	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	29,5	16,6	0	0
10	8,7	3,3	0	0
11	3,5	1,8	0	0
12	12,8	7,58	0	0
13	13,5	5,8	0	0
14	14,9	5	0	0

FONTE: Universidade de Washington (2015).

TABELA I. H - DADOS DE LINHA DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO 14 BARRAS.

Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)	b (S)	Nº trecho	DE	PARA	r (Ω)	x (Ω)	b (S)
1	1	2	0,0194	0,0592	0,0528	11	6	11	0,095	0,1989	0
2	1	5	0,054	0,223	0,0492	12	6	12	0,1229	0,2558	0
3	2	3	0,047	0,198	0,0438	13	6	13	0,0662	0,1303	0
4	2	4	0,0581	0,1763	0,034	14	7	8	0	0,1762	0
5	2	5	0,057	0,1739	0,0346	15	7	9	0	0,11	0
6	3	4	0,067	0,171	0,0128	16	9	10	0,0318	0,0845	0
7	4	5	0,0134	0,0421	0	17	9	14	0,1271	0,2704	0
8	4	7	0	0,2091	0	18	10	11	0,082	0,1921	0
9	4	9	0	0,5562	0	19	12	13	0,2209	0,1999	0
10	5	6	0	0,252	0	20	13	14	0,1709	0,348	0

FONTE: Universidade de Washington (2015).

APÊNDICE II – Resultados das simulações do fluxo de potência trifásico.

TABELA II. A - RESULTADOS DO SISTEMA 12 BARRAS CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	-	-	-	-	-	-
5	23	-	-	32	-	-
10	21	43	72	24	-	-
15	23	34	61	22	50	-
20	19	32	43	31	41	74
25	19	26	38	20	38	61
30	17	25	36	18	32	48
35	17	25	34	18	31	42
40	16	23	32	16	26	36
45	15	21	30	15	23	32
50	15	21	28	14	22	28
55	12	20	28	13	19	24
60	11	18	26	12	18	23
65	12	17	26	12	16	21
70	11	17	25	11	17	23
75	11	17	25	12	17	25
80	11	17	25	12	17	25
85	13	17	23	13	16	23
90	13	15	23	14	15	23

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. B - RESULTADOS DO SISTEMA 69 BARRAS CASO A (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
0	29	50	-	-	-	-
5	45	-	-	35	36	-
10	13	-	-	16	30	-
15	13	19	-	16	27	48
20	13	17	21	14	22	38
25	13	15	22	14	22	33
30	12	15	19	13	20	28
35	10	14	19	12	18	24
40	9	13	18	11	16	21
45	9	13	17	10	15	19
50	9	13	17	10	12	17
55	9	13	17	9	12	15
60	9	12	16	9	11	13
65	9	11	15	10	11	15
70	9	11	15	10	12	15
75	9	11	15	9	12	15
80	23	11	15	10	12	16
85	22	11	15	10	12	15
90	11	11	16	12	11	14

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. C - RESULTADOS DO SISTEMA 12 BARRAS CASO B (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	15	49	49	16	26	-
5	-	-	27	16	22	-
10	13	19	23	18	22	26
15	13	23	19	14	-	22
20	13	15	19	14	30	22
25	12	15	17	14	18	21
30	11	15	17	12	18	19
35	11	14	16	12	16	18
40	11	13	15	12	16	18
45	11	13	14	11	15	17
50	11	13	13	10	14	15
55	10	12	13	10	14	14
60	9	11	13	9	12	14
65	9	11	12	8	11	13
70	8	10	11	8	10	11
75	9	9	10	9	9	10
80	9	9	10	10	9	10
85	10	9	9	10	9	9
90	11	9	10	11	9	9

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. D - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO B (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	18	30	-	18	27	-
5	15	-	35	16	-	-
10	14	21	24	14	-	23
15	13	14	15	13	14	41
20	12	14	13	12	14	23
25	12	11	13	12	14	14
30	11	12	15	11	13	14
35	11	10	13	11	12	14
40	11	9	11	10	11	14
45	10	9	10	9	10	11
50	10	9	9	10	10	10
55	10	9	9	10	10	10
60	10	9	9	10	9	10
65	12	8	9	11	8	9
70	12	8	9	11	8	8
75	12	8	8	12	9	8
80	13	9	8	13	9	8
85	14	9	8	14	10	8
90	16	9	7	17	10	8

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. E - RESULTADOS SISTEMA 12 BARRAS CASO C (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	15	23	48	-	-	-
5	13	19	-	-	-	-
10	13	-	-	14	-	22
15	13	15	19	14	-	22
20	12	15	23	14	18	28
25	11	15	16	12	23	21
30	11	14	15	12	16	18
35	11	13	15	12	16	18
40	11	13	14	12	15	17
45	11	13	13	11	14	16
50	10	12	13	10	14	15
55	9	11	13	10	12	14
60	9	11	12	9	12	14
65	8	10	11	8	11	12
70	8	9	10	8	10	11
75	9	9	10	8	9	10
80	9	8	9	9	8	9
85	9	8	9	10	8	9
90	10	9	9	10	9	9

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. F - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO C (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	18	32	-	18	27	-
5	15	22	31	16	-	-
10	14	18	-	14	-	-
15	13	14	-	13	14	20
20	12	18	34	12	14	23
25	12	12	13	12	14	20
30	11	13	13	11	14	17
35	11	10	16	11	13	14
40	11	10	11	10	11	14
45	10	9	10	9	10	13
50	10	9	9	10	10	11
55	10	9	9	10	10	10
60	10	9	9	10	9	10
65	12	9	9	11	9	9
70	12	8	9	11	8	8
75	12	8	9	13	9	8
80	13	9	8	13	9	8
85	14	9	8	14	10	8
90	16	9	9	17	10	8

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. G - RESULTADOS SISTEMA 12 BARRAS CASO D (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX			XB		
	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$
0	68	-	-	-	-	-
5	41	-	-	77	-	-
10	58	-	-	57	-	-
15	53	72	98	59	-	-
20	31	54	61	32	68	-
25	30	36	48	32	52	-
30	21	31	41	26	42	64
35	22	28	35	27	35	55
40	23	25	35	19	31	42
45	17	23	34	19	28	35
50	16	21	30	23	24	30
55	16	19	30	18	21	26
60	15	18	29	14	20	23
65	13	18	28	18	22	21
70	17	19	28	15	16	26
75	31	18	27	18	17	27
80	15	18	27	16	18	27
85	17	17	27	17	17	27
90	20	17	27	18	17	27

FONTE: O autor (2016).

TABELA II. H - RESULTADOS SISTEMA 69 BARRAS CASO D (EM MEIA-ITERAÇÕES).

Ângulo base (graus)	BX		XB	
	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
0	-	-	-	-
5	-	-	-	-
10	46	-	-	-
15	30	-	46	-
20	22	36	26	-
25	21	36	22	-
30	15	34	21	-
35	16	34	18	44
40	13	31	16	23
45	13	29	15	27
50	13	29	12	21
55	13	27	12	19
60	12	27	12	22
65	12	27	12	23
70	12	27	13	25
75	13	25	14	24
80	14	25	15	25
85	16	25	16	25
90	18	25	19	25

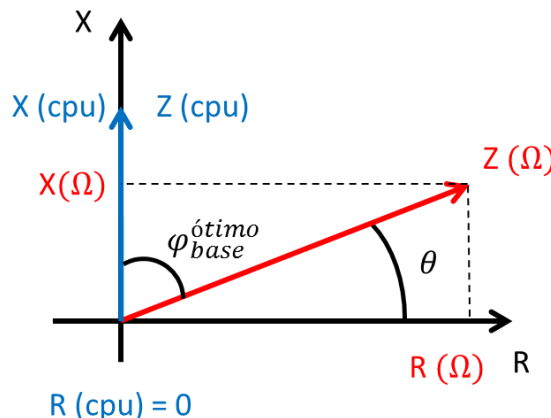
FONTE: O autor (2016).

APÊNDICE III – Breve análise matemática da melhor faixa de ângulo base.

A seguir é apresentada uma breve análise sobre qual seria o ângulo $\varphi_{base}^{ótimo}$ para os sistemas de 12 e 69 barras. Entende-se por $\varphi_{base}^{ótimo}$ o ângulo que leva, de forma artificial, os fasores das impedâncias a possuírem somente parcelas imaginárias, em outras palavras, a resistência em *cpu* (R_{cpu}) passa a ser zero enquanto a reatância em *cpu* (X_{cpu}) assume valor igual ao módulo da impedância, conseqüentemente a relação R/X passa a ser igual à zero, permitindo a aplicação do fluxo de potência desacoplado rápido no sistema de estudo.

Neste cenário ideal, $\varphi_{base}^{ótimo}$ deve ser igual à diferença entre 90° e o ângulo original da impedância da linha (θ), como mostrado pela (FIGURA III.A). Para encontrar este ângulo base para o sistema como todo, são apresentadas nas (TABELAS III.A e III.B) os valores das relações R/X, X/R, do módulo da impedância ($|Z|$), o valor do ângulo original da linha (θ) em radianos e graus, o ângulo base ideal para cada linha ($90^\circ - \theta^{graus}$) e as médias simples de cada um destes elementos. A média simples dos ângulos base ideal para cada linha compõe o ângulo base ideal para o sistema como todo.

Figura III. A - DEMONSTRAÇÃO GRÁFICA DO ÂNGULO BASE ÓTIMO.



FONTE: O autor (2016).

TABELA III. A - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 12 BARRAS.

Linha	De	Para	R	X	R/X	X/R	Z	θ (rad)	θ (graus)	$90^\circ - \theta(\text{graus})$
1	1	2	1,089	0,4598	2,3684	0,4222	2,4058	0,3995	22,8906	67,1094
2	2	3	1,1858	0,4961	2,3902	0,4184	2,4266	0,3962	22,7028	67,2972
3	3	4	2,0933	0,8712	2,4028	0,4162	2,4386	0,3944	22,5963	67,4037
4	4	5	3,1823	1,331	2,3909	0,4183	2,4272	0,3961	22,6972	67,3028
5	5	6	1,089	0,4598	2,3684	0,4222	2,4058	0,3995	22,8906	67,1094
6	6	7	1,0043	0,4114	2,4412	0,4096	2,4753	0,3888	22,2759	67,7241
7	7	8	4,4044	1,21	3,6400	0,2747	3,6504	0,2681	15,3616	74,6384
8	8	9	5,6386	1,5972	3,5303	0,2833	3,5416	0,2760	15,8154	74,1846
9	9	10	2,8919	0,8228	3,5147	0,2845	3,5262	0,2772	15,8821	74,1179
10	10	11	1,5125	0,4235	3,5714	0,2800	3,5824	0,2730	15,6422	74,3578
11	11	12	1,2342	0,3509	3,5172	0,2843	3,5287	0,2770	15,8712	74,1288
Média			2,3023	0,7667	1,089	0,4598	2,9462	0,3405	19,5114	70,4886

FONTE: O autor.

Pela (TABELA III.A) tem-se que o ângulo base ideal para o sistema de 12 barras seria de aproximadamente $70,49^\circ$. Pela (TABELA II.A) do (APÊNDICE II), temos que a melhor faixa de convergência para este mesmo sistema esta localizada entre os ângulos de 60° e 80° .

TABELA III. B - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 69 BARRAS.

										continua
Linha	De	Para	R	X	R/X	X/R	Z	θ (rad)	θ (graus)	$90^\circ - \theta(\text{graus})$
1	1	2	0,0005	0,0011	0,4545	2,2000	0,4545	1,1442	65,5560	24,4440
2	2	3	0,0005	0,0011	0,4545	2,2000	0,4545	1,1442	65,5560	24,4440
3	3	4	0,0014	0,0035	0,4000	2,5000	0,4000	1,1903	68,1986	21,8014
4	4	5	0,0252	0,0293	0,8601	1,1627	0,8606	0,8605	49,3022	40,6978
5	5	6	0,3661	0,1864	1,9641	0,5092	1,9729	0,4709	26,9829	63,0171
6	6	7	0,3811	0,1941	1,9634	0,5093	1,9730	0,4711	26,9904	63,0096
7	7	8	0,0922	0,0470	1,9617	0,5098	1,9623	0,4714	27,0107	62,9893
8	8	9	0,0494	0,0252	1,9603	0,5101	1,9605	0,4717	27,0271	62,9729

TABELA III. B - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 69 BARRAS.

continuação										
Linha	De	Para	R	X	R/X	X/R	Z	θ (rad)	θ (graus)	$90^\circ - \theta(\text{graus})$
9	9	10	0,8190	0,2707	3,0255	0,3305	3,0376	0,3192	18,2900	71,7100
10	10	11	0,1872	0,0619	3,0242	0,3307	3,0249	0,3193	18,2971	71,7029
11	11	12	0,7113	0,2351	3,0255	0,3305	3,0346	0,3192	18,2898	71,7102
12	12	13	1,0300	0,3400	3,0294	0,3301	3,0484	0,3188	18,2679	71,7321
13	13	14	1,0441	0,3449	3,0273	0,3303	3,0468	0,3190	18,2801	71,7199
14	14	15	1,0580	0,3496	3,0263	0,3304	3,0464	0,3191	18,2854	71,7146
15	15	16	0,1967	0,0651	3,0215	0,3310	3,0222	0,3196	18,3125	71,6875
16	16	17	0,3744	0,1237	3,0267	0,3304	3,0292	0,3191	18,2833	71,7167
17	17	18	0,0046	0,0016	2,8750	0,3478	2,8750	0,3347	19,1790	70,8210
18	18	19	0,3276	0,1083	3,0249	0,3306	3,0269	0,3193	18,2932	71,7068
19	19	20	0,2106	0,0696	3,0259	0,3305	3,0267	0,3192	18,2879	71,7121
20	20	21	0,3416	0,1128	3,0284	0,3302	3,0305	0,3189	18,2738	71,7262
21	21	22	0,0139	0,0046	3,0217	0,3309	3,0217	0,3196	18,3112	71,6888
22	22	23	0,1592	0,0526	3,0266	0,3304	3,0271	0,3191	18,2837	71,7163
23	23	24	0,3464	0,1144	3,0280	0,3303	3,0301	0,3190	18,2760	71,7240
24	24	25	0,7488	0,2475	3,0255	0,3305	3,0356	0,3192	18,2902	71,7098
25	25	26	0,3089	0,1021	3,0255	0,3305	3,0272	0,3192	18,2902	71,7098
26	26	27	0,1733	0,0572	3,0297	0,3301	3,0303	0,3188	18,2662	71,7338
27	3	28	0,0043	0,0107	0,4019	2,4884	0,4020	1,1887	68,1063	21,8937
28	28	29	0,0640	0,1564	0,4092	2,4438	0,4381	1,1824	67,7453	22,2547
29	29	30	0,3978	0,1314	3,0274	0,3303	3,0302	0,3190	18,2793	71,7207
30	30	31	0,0702	0,0232	3,0259	0,3305	3,0260	0,3192	18,2879	71,7121
31	31	32	0,3510	0,1160	3,0259	0,3305	3,0281	0,3192	18,2879	71,7121
32	32	33	0,8391	0,2816	2,9798	0,3356	2,9930	0,3238	18,5516	71,4484
33	33	34	1,7079	0,5647	3,0244	0,3306	3,0767	0,3193	18,2960	71,7040
34	34	35	1,4739	0,4873	3,0246	0,3306	3,0636	0,3193	18,2949	71,7051
35	3	36	0,0043	0,0107	0,4019	2,4884	0,4020	1,1887	68,1063	21,8937
36	36	37	0,0640	0,1564	0,4092	2,4438	0,4381	1,1824	67,7453	22,2547
37	37	38	0,1053	0,1229	0,8568	1,1671	0,8656	0,8624	49,4102	40,5898
38	38	39	0,0305	0,0354	0,8616	1,1607	0,8623	0,8596	49,2524	40,7476
39	39	40	0,0018	0,0021	0,8571	1,1667	0,8571	0,8622	49,3987	40,6013
40	40	41	0,7283	0,8509	0,8559	1,1683	1,2069	0,8629	49,4392	40,5608
41	41	42	0,3100	0,3622	0,8559	1,1684	0,9294	0,8629	49,4404	40,5596
42	42	43	0,0410	0,0478	0,8577	1,1659	0,8591	0,8618	49,3790	40,6210
43	43	44	0,0091	0,0115	0,7913	1,2637	0,7914	0,9014	51,6453	38,3547
44	44	45	0,1088	0,1374	0,7918	1,2629	0,8037	0,9010	51,6261	38,3739

TABELA III. B - ANÁLISE DO ÂNGULO BASE IDEAL PARA O SISTEMA DE 69 BARRAS .

Linha	De	Para	R	X	R/X	X/R	Z	θ (rad)	θ (graus)	conclusão
										$90^\circ - \theta(\text{graus})$
45	45	46	0,0010	0,0011	0,9091	1,1000	0,9091	0,8330	47,7263	42,2737
46	4	47	0,0034	0,0083	0,4096	2,4412	0,4097	1,1820	67,7241	22,2759
47	47	48	0,0851	0,2084	0,4083	2,4489	0,4585	1,1831	67,7874	22,2126
48	48	49	0,2898	0,7091	0,4087	2,4469	0,8184	1,1828	67,7708	22,2292
49	49	50	0,0822	0,2012	0,4085	2,4477	0,4554	1,1829	67,7776	22,2224
50	8	51	0,0928	0,0473	1,9619	0,5097	1,9625	0,4714	27,0079	62,9921
51	51	52	0,3319	0,1114	2,9794	0,3356	2,9814	0,3238	18,5540	71,4460
52	9	53	0,1741	0,0886	1,9650	0,5089	1,9670	0,4707	26,9717	63,0283
53	53	54	0,2031	0,1034	1,9642	0,5091	1,9669	0,4709	26,9810	63,0190
54	54	55	0,2842	0,1447	1,9641	0,5091	1,9694	0,4709	26,9829	63,0171
55	55	56	0,2813	0,1433	1,9630	0,5094	1,9682	0,4712	26,9952	63,0048
56	56	57	1,5900	0,5337	2,9792	0,3357	3,0266	0,3238	18,5549	71,4451
57	57	58	0,7838	0,2630	2,9802	0,3355	2,9918	0,3237	18,5489	71,4511
58	58	59	0,3042	0,1007	3,0209	0,3310	3,0225	0,3197	18,3162	71,6838
59	59	60	0,3861	0,1172	3,2944	0,3035	3,2965	0,2947	16,8856	73,1144
60	60	61	0,5074	0,2585	1,9629	0,5095	1,9798	0,4712	26,9970	63,0030
61	61	62	0,0975	0,0495	1,9697	0,5077	1,9703	0,4698	26,9166	63,0834
62	62	63	0,1451	0,0737	1,9688	0,5079	1,9702	0,4700	26,9272	63,0728
63	63	64	0,7105	0,3619	1,9632	0,5094	1,9963	0,4711	26,9925	63,0075
64	64	65	1,0410	0,5302	1,9634	0,5093	2,0337	0,4711	26,9906	63,0094
65	11	66	0,2012	0,0611	3,2930	0,3037	3,2935	0,2948	16,8924	73,1076
66	66	67	0,0046	0,0014	3,2857	0,3043	3,2857	0,2954	16,9275	73,0725
67	12	68	0,7394	0,2444	3,0254	0,3305	3,0352	0,3192	18,2907	71,7093
68	68	69	0,0046	0,0016	2,8750	0,3478	2,8750	0,3347	19,1790	70,8210
Média			0,3475	0,1621	2,0694	0,8286	2,0908	0,5695	32,6275	57,3725

FONTE: O autor (2016).

Pela (TABELA III.B) tem-se que o ângulo base ideal para o sistema de 69 barras seria de aproximadamente $57,37^\circ$. Pela (TABELA II.B) do (APÊNDICE II), temos que a melhor faixa de convergência para este mesmo sistema esta localizada entre os ângulos de 40° e 75° .

Cabe ressaltar que esta análise é simplória, visto que a determinação do ângulo base ideal também depende da característica das cargas nas barras do sistema, sendo necessário um estudo mais amplo e detalhado para concluir que a metodologia apresentada é adequada para a determinação do ângulo base.